



J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 53(8), 791-803(2025)

DOI: <https://doi.org/10.5139/JKSAS.2025.53.8.791>

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 전진 비행 중인 중형 기동 헬리콥터 적용을 위한 로터 공탄성 해석자 개발

이사람<sup>1</sup>, 정인호<sup>2</sup>, 조해성<sup>3</sup>, 강우람<sup>4</sup>, 이학진<sup>5</sup>

### Development of Aeroelastic Analysis Code

### for Rotor Blade of Medium-Class Utility Helicopter in Forward Flight

Sa-Lang Lee<sup>1</sup>, Inho Jeong<sup>2</sup>, Haeseong Cho<sup>3</sup>, Woo-Ram Kang<sup>4</sup> and Hakjin Lee<sup>5</sup>

School of Mechanical and Aerospace Engineering, Gyeongsang National University, Jinju, Republic of Korea<sup>1,5</sup>

Department of Aerospace Engineering, Jeonbuk National University, Jeonju, Republic of Korea<sup>2,3</sup>

Rotorcraft Flight Dynamics Team, Korea Aerospace Industries, LTD., Sacheon, Republic of Korea<sup>4</sup>

#### ABSTRACT

Rotorcraft are susceptible to vibration and aeroelastic instability due to the characteristics of their rotor systems, potentially causing structural damage and loss of control. While comprehensive analysis codes exist, they often rely on Lifting-Line Theory(LLT) and free-wake models, limiting their ability to account for complex blade geometries. To address these challenges, this study developed the aeroelastic analysis code for the rotor blade by loosely coupling an aerodynamic model based on the Nonlinear Vortex Lattice Method(NVLM) and Vortex Particle Method(VPM) with a structural model utilizing Geometrically Exact Beam Theory(GEBT). The aerodynamic and structural model of the developed code was validated using the HART II rotor model in forward-flight conditions. Using the rotor blades of medium-class utility helicopter, aeroelastic analysis was conducted at forward flight speeds of 40, 100, 140 knots. The mode analysis results and the tip deformation were examined, and aerodynamic and wake analysis were conducted depending on structural deformation. The results demonstrated the capability of the aeroelastic analysis code to perform coupled aerodynamic-structural analysis, accounting for elastic deformation and its effects on rotor performance in forward flight for the medium-class utility helicopter.

#### 초 록

회전익기는 로터 시스템의 특성으로 인해 진동 및 공탄성 불안정 현상이 발생하며, 이는 구조적 부품의 파손, 조종력 상실 등의 문제를 유발할 수 있다. 이러한 현상을 개선하기 위해서는 공탄성 하중을 보다 정확히 예측하는 연구가 필요하다. 국내외 회전익기 통합 해석 코드 개발 사례는 다수 존재하지만, 양력선 이론과 자유후류 모델을 적용하기 때문에 블레이드의 복잡한 형상을 고려하기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 비선형 와류 격자법과 와류 입자법을 적용한 공력 모델과 기하학적 정밀 보 이론 기반의 구조 모델을 연성 결합하여 전진 비행 공탄성 해석자를 개발하였다. HART II 로터 블레이드를 적용하여 개발된 공탄성 해석자의 공력 및 구조 모델 검증을 수행하였다. 이후, 전진 비행 속도 40, 100, 140 kts 조건에서 중형 기동 헬

+ Received : January 8, 2025    Revised : March 26, 2025    Accepted : May 27, 2025

<sup>1</sup> M.S. Student, <sup>2</sup> Ph.D. Student, <sup>3</sup> Associate Professor, <sup>4</sup> Senior Research Engineer, <sup>5</sup> Associate Professor

<sup>5</sup> Corresponding author, E-mail : hlee@gnu.ac.kr, ORCID : 0000-0002-4459-9858

© 2025 The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

리콥터의 로터 블레이드를 적용하여 공탄성 해석을 수행하였다. 모드 해석 결과와 끝단 구조 변형을 확인하였고, 구조 변형 유무에 따른 공력 하중 분석 및 후류 구조 예측을 수행하였다. 따라서 개발된 전진 비행 공탄성 해석자가 중형 기동 헬리콥터의 탄성 변형을 고려한 연계해석에 적용될 수 있음을 확인하였다.

**Key Words** : Nonlinear Vortex Lattice Method(비선형 와류 격자법), Vortex Particle Method(와류입자법), Geometrically Exact Beam Theory(기하학적 정밀 보 이론), Aeroelastic(공탄성), Fluid-Structure Interaction(공력-구조 상호작용)

## 1. 서 론

일반적인 헬리콥터는 고정익기와 달리 로터 시스템에서 추력과 조종력을 동시에 얻는 특징을 가지며, 주로터 블레이드는 관성력(Inertial Force), 탄성력(Elastic Force), 공기력(Aerodynamic Force)의 상호작용이 발생한다. 특히, 전진 비행시 블레이드-와류 상호작용(Blade-vortex Interaction, BVI), 동체 효과 등으로 인한 복잡한 유동은 로터 블레이드의 구조적인 진동, 소음, 플러터(Flutter) 등의 현상을 유발한다(Fig. 1). 헬리콥터 진동은 구조적 부품의 고장 및 손상으로 인한 유지보수 비용 증가, 조종사와 탑승객의 피로도 상승 등을 유발하기 때문에 회전익기의 진동을 개선하기 위한 연구는 오랜 기간 지속되어 왔다[1]. 헬리콥터 진동 저감 기법은 수동적, 능동적 제어 방식으로 구분할 수 있고, 능동적 제어 방식에는 Higher Harmonic Control (HHC), Individual Blade Control(IBC), Active Twist Rotor(ATR) 등이 존재하며, 헬리콥터의 주요 진동원인 주로터 블레이드의 공기력 제어를 통해 진동을 완화하는 방식이다[2]. 능동적 진동 저감 방식의 적용을 위해서는 로터 블레이드의 구조적인 변형을 포함한 비정상 공력 하중 분포가 정확히 예측되어야 하며, 이를 위한 공력-구조 연계해석자 개발 연구가 요구된다.

헬리콥터 로터 블레이드 공력-구조 연계해석자 개발 연구는 국내외 선행연구에서 다수 보고되었다. Wang[3] 등은 자유후류(Free-wake) 모델을 적용하여 효율적인 공력-구조 연계해석을 수행하였다. 구조 변형에 따른 표면 압력 계수를 비행 시험 결과와 비교하여 높은 정확도를 확인

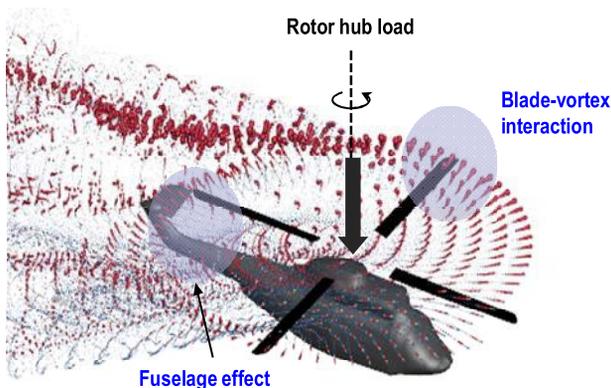


Fig. 1. Aerodynamic forces for rotorcraft in forward flight mode

하였다. Huang[4] 등은 공탄성 해석자인 preCICE를 개발하여 HART II 로터를 적용한 전산해석을 수행하였다. 해당 결과를 CAMRAD II 결과와 비교하여 개발된 패널법 기반의 공탄성 해석자의 검증을 수행하였다. Wang[5] 등은 자유후류 모델과 Panel Method가 결합된 공력 모델과 3차원 유한요소법(Finite Element Method, FEM) 기반의 구조 모델을 결합한 공탄성 해석 모델을 개발하였다. Kang[6] 등은 연성 결합을 통해 HART II 로터의 공력-구조 연계해석을 수행하였고, Time Step보다 격자 크기에 민감하게 변화하는 단면 공력 하중을 확인하였다. Dominique[7] 등은 Unsteady Vortex Lattice Method(UVLM) 기반의 로터 블레이드 공탄성 해석 프레임워크를 개발하고, 전산 유체 역학(Computational Fluid Dynamics, CFD) 결과와 비교 분석하였다. Yoon[8] 등은 재료의 탄성 계수 변화에 따른 공력탄성학적 영향을 확인하였다. 구조 변화에 따른 공력과 후류 구조의 변화를 분석하였다. Jeong[9] 등은 균일 유입류 모델과 기하학적 정밀 보 이론(Geometrically Exact Beam Theory, GEB)을 결합하여 로터 블레이드의 동적 및 구조적 특성을 분석하였다. 효율적인 분석을 위해 모델 축소 기법(Model-Order Reduction, MOR)을 제시하였다. Giuseppe[10] 등은 와류 격자법(Vortex Lattice Method) 기반의 해석자를 적용하여 Tiltone 항공기의 추진 시스템 계산, 중량 추정 등을 수행하였다. 또한, e-VTOL 항공기의 개념 설계 단계에서 기존 헬리콥터와는 다른 블레이드 특성을 고려한 공력탄성학적 영향 분석의 필요성을 강조하였다. Wernicke[11] 등은 UH-1A 모델에 HHC를 통해 로터 허브 하중을 제어하여 조종석의 수직 진동에 미치는 영향을 실험적으로 분석하였다. Splettstoesser[12, 13] 등은 HART II 로터 모델에 HHC를 적용한 실험을 수행하였다. 다양한 Phase Angle을 적용하여 로터 후퇴면(Retreating Side)의 소음은 감소하고, 전진면(Advancing Side)의 소음은 위상에 따라 감소하거나 증가하는 결과를 확인하였다. 추가적으로 진동 및 소음이 최소가 되는 조건을 탐색하고 해당 조건에서의 공력 및 구조 하중 데이터를 제공하였다. Bang[14] 등은 CAMRAD II를 활용하여 로터의 공탄성 해석을 수행하였고, HHC를 적용한 허브 하중 제어를 통해 기체 진동을 능동적으로 저감하였다. Hong[15] 등은 기체의 진동 저감을 위해 주요 진동원인 허브 하중을 능동적으로 제어하는 IBC 기법을 적용하여, IBC 입력에 따른 하중의 변화를 분석하였다. Lim[16] 등은 회전익기 통합 해석 코드인 2GCHAS를 사용하여 HART II 로터의 실험

결과와 HHC 적용에 따른 소음 및 진동 특성을 비교 분석하였다. 특히, 로터 전진면에서 BVI 공력 하중의 정확한 예측이 어려웠으며, 이는 후류 모델링에 적용된 자유후류 기법의 한계로 판단하였다.

선행 문헌 조사 결과, 기존의 회전익기 공탄성 해석자는 주로 양력선 이론과 자유후류 기법을 연계한 공력 모델을 적용한 형태이다. 양력선 이론은 공력하중에 대한 효율적인 계산이 가능하지만 시위 방향의 격자를 고려할 수 없어 3차원 로터 블레이드의 기하학적인 효과를 정확히 반영하기 어렵다. 또한, 자유후류 기법은 Vortex Filament 간의 강한 Connectivity를 유지해야 하는 구속조건으로 인해 로터-로터, 로터-동체 등과 같은 후류의 간섭 현상이 지배적인 문제에는 적용하기 어려운 한계점이 있다. 따라서 기존 공력 모델의 한계점을 보완하기 위해 시위 및 반경 방향으로의 블레이드 형상을 모델링할 수 있는 와류 격자법(Nonlinear Vortex Lattice Method)과 후류를 개별적인 입자로 모델링하여 후류 상호작용을 예측할 수 있는 와류 입자법(Vortex Particle Method)을 활용하였다. 구조 모델로는 저자들의 선행 문헌에 의해 개발된 기하학적 정밀 보 이론 기반의 구조 모델[9,17]을 적용하였다.

본 연구는 헬리콥터 로터 블레이드 적용을 위한 공탄성 해석자 개발 연구의 후속 연구로서 진행되었다. 선행 연구에서[18]는 공력, 후류, 구조 모델들에 대한 개별적인 검증과 함께 제자리 비행 중인 로터 블레이드에 대한 검증을 수행하였다. 본 연구에서는 선행 연구를 확장하여 전진 비행 중인 로터 블레이드에 대한 검증 연구를 중점적으로 수행하였다. 개발된 공탄성 해석자의 공력 및 후류 모델 검증을 위해 HART II 로터 모델을 적용하였다. 동일한 로터 모델을 적용하여 구조 동역학 모델의 적절성을 검증하였다. 이후, 중형 기동 헬리콥터의 로터 모델을 적용하여 공탄성 해석을 수행하였고, 블레이드 끝단의 구조 변형을 예측하였다. 구조 변형 유무에 따른 공력 하중을 분석하고, 전진 비행 속도에 따른 후류 구조를 예측하였다.

## II. 본 론

### 2.1 전산해석기법

#### 2.1.1 로터 블레이드 공력해석 모듈

본 연구에서 개발한 공탄성 해석자의 공력 모델로는 비선형 와류 격자법을 이용하였다. 해당 방법론은 기존의 회전익기 통합 해석 코드에 널리 사용되는 양력선 이론과 달리 시위 방향 격자를 고려할 수 있다. 따라서 두께 효과를 제외하고 로터 블레이드의 캠버, 스위프, 하반각 등과 같은 기하학적 형상을 상대적으로 정교하게 모델링할 수 있다(Fig. 2). 또한, Laplace 방정식을 지배방정식으로 적용하지만, 익형 Look-up Table, 와류 강도 보정, 공력 계수 보정함수 등을 결합하여 점성 효과에 의한 비선형적인 공력 특성을 고려할 수 있다[19]. 식 (1)과 같이 후류에 의한 유도 속도를 고려하여 유입류를 정의하고, 유입류의 수

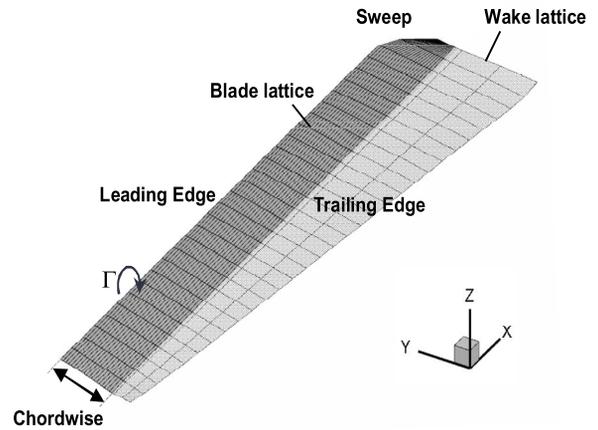


Fig. 2. Schematic of nonlinear vortex lattice method

직 및 수평방향 성분을 통해 각 단면에서의 Inflow Angle을 계산한다. 이를 통해 식 (2)와 같이 후류의 영향을 고려한 유효받음각을 도출하고, 단면에서의 속도와 유효받음각을 이용하여 Look-up Table을 통해 단면 공력하중을 산출한다[20,21].

$$\mathbf{V}_{inflow} = \mathbf{V}_{\infty} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{V}_{ind,bound} + \mathbf{V}_{ind,wake} \quad (1)$$

$$\alpha_{eff} = \alpha_{inflow} - \Phi_{geo} \quad (2)$$

헬리콥터 전진 비행시, 로터 블레이드 회전속도와 전진 속도 사이의 상대속도에 의해 로터 블레이드 방위각(Azimuth Angle)에 따라 전진면, 후퇴면에서의 비대칭적인 공력하중 분포가 발생한다. 이는 헬리콥터의 롤링 모멘트를 유발하기 때문에 수평 전진 비행(Level Flight) 상태를 유지하기 위해서는 로터 블레이드의 트림해석이 필요하다. 방위각에 따른 피치각은 식 (3)과 같이 표현되며, 블레이드의 평균 추력을 제어하는  $\theta_0$ (Collective Pitch Angle)과 횡방향 및 종방향을 제어하는  $\theta_{1c}$ (Lateral Cyclic Pitch Angle),  $\theta_{1s}$ (Longitudinal Cyclic Pitch Angle)로 구성된다[22]. 여기서 방위각( $\psi$ )은 로터 허브 중심을 기준으로 블레이드 회전에 따른 각도를 의미하며 로터의 전진 방향을  $180^\circ$ , 후방을  $0^\circ$ 로 정의한다.

$$\theta(\psi) = \theta_0 + \theta_{1c} \cos \psi + \theta_{1s} \sin \psi \quad (3)$$

목표 추력과 모멘트를 만족하는 로터 블레이드의 자세각을 수치적인 방법을 통해 도출하는 과정은 식 (4)와 같이 정의할 수 있다. 이때, Newton-Raphson 반복법을 적용하여 목표 추력 및 모멘트와 만족하는 해를 탐색하였다.

$$\begin{Bmatrix} C_{T_{target}} - C_T \\ C_{M_{x_{target}}} - M_x \\ C_{M_{y_{target}}} - M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta C_T & \Delta C_T & \Delta C_T \\ \Delta \theta_0 & \Delta \theta_{1c} & \Delta \theta_{1s} \\ \Delta C_{M_x} & \Delta C_{M_x} & \Delta C_{M_x} \\ \Delta \theta_0 & \Delta \theta_{1c} & \Delta \theta_{1s} \\ \Delta C_{M_y} & \Delta C_{M_y} & \Delta C_{M_y} \\ \Delta \theta_0 & \Delta \theta_{1c} & \Delta \theta_{1s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_0 \\ \Delta \theta_{1c} \\ \Delta \theta_{1s} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

### 2.1.2 로터 블레이드 후류해석 모듈

로터 블레이드의 후류 모델링을 위해 와류 입자법을 적용하였다. 해당 방법론은 자유후류 모델과 달리 인접한 입자 간의 Connectivity를 유지할 필요가 없다. 따라서 개별적인 와류 입자가 자유롭게 전파될 수 있고, 로터 및 기체 간의 상호작용과 BVI를 보다 정확히 예측할 수 있다. 후류에 의한 유도 속도 성분을 직접 계산하기 때문에 후류가 공력 하중에 미치는 영향을 고려할 수 있다. 식 (5)와 같이 Vorticity Dynamics 방정식을 표현할 수 있으며,  $\omega$ 는 와도,  $u$ 는 속도를 의미한다. 각 입자들로 모델링된 로터 후류에 의해 유도되는 속도 성분은 식 (6)을 통해 계산할 수 있으며,  $\sigma$ 는 입자의 Core 반경,  $\rho$ 는 무차원화된 거리 변수를 의미한다. 여기서  $K(\rho)$ 는 정규화된 Kernel이며, Green의 함수를 사용하여 식 (7)과 같다[23].

$$\frac{D\omega}{Dt} = \omega \cdot \nabla u + \nu \nabla^2 \omega \quad (5)$$

$$u(x_i, t) = - \sum_{j=1}^p \frac{1}{\sigma_{ij}^3} K(\rho) (x_i - x_j) \times \alpha_j \quad (6)$$

$$K(\rho) = \frac{G(\rho) - \xi(\rho)}{\rho} \quad (7)$$

개발된 공력 및 후류해석 모듈의 제자리 비행 검증은 선행 연구[18]에서 수행되었으며, 전진 비행 검증은 본 논문의 3.1절에 기술하였다.

### 2.1.3 로터 블레이드 구조해석 모듈

본 연구에서는 혼합 변분법 기반의 기하학적 정밀 보 이론을 활용하여 로터 블레이드의 구조적 거동을 예측한다 [9,17]. 이때 Fig. 3과 같이 로터의 허브 중심을 기준 축으로 회전하는 좌표계를 활용한다.  $a$  좌표계는 로터 블레이드의 초기 형상에 관계없이 항상 일정한 기준 좌표계이다.  $b$  좌표계는 블레이드의 초기 형상에 의해 정의되는 변형 전 좌표계이다. 마지막으로  $B$  좌표계는 변형된 블레이드에 의해 정의되는 변형 후 좌표계이다. 기하학적 정밀 보의 정식화 과정에서 변위와 회전은 보의 초기 형상과 무관한  $a$  좌표계를 기준으로 정의하며, 변형률, 내력, 속도,

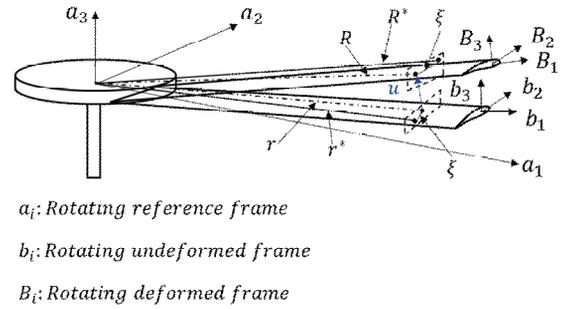


Fig. 3. Schematic of rotating frame of geometric exact beam theory

운동량은  $B$  좌표계를 기준으로 정의하여 구성방정식과 정식화 과정을 단순화하였다.

혼합 변분법 정식화 기반 기하학적 정밀 보 이론은 Hamilton's Principal로부터 유도된다.

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l [\delta(K - U) + \delta \bar{W}] dx_1 dt = \delta \bar{A} \quad (8)$$

여기서,  $t$ 는 임의의 시간을 의미하며,  $l$ 은 블레이드의 길이를 의미한다.  $K$ 와  $U$ 는 각각 운동에너지와 변형 에너지를 의미한다.  $\delta \bar{W}$ 와  $\delta \bar{A}$ 는 각각 부여된 하중에 대한 가상 일과 보의 끝단에서 가상 거동이다. 이때  $(\bar{\cdot})$ 는 해당 물리량이 함수의 변분이 아님을 의미한다. 내력 벡터인  $F_B$ 와  $M_B$ 는 변형 에너지의 편미분으로 아래와 같이 정의된다.

$$F_B = \left( \frac{\partial U}{\partial \gamma} \right)^T, M_B = \left( \frac{\partial U}{\partial \kappa} \right)^T \quad (9)$$

여기서,  $\gamma$ 와  $\kappa$ 는 변형률 벡터이다. 선형, 각운동량 벡터인  $P_B$ 와  $H_B$ 는 운동 에너지의 편미분으로 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$P_B = \left( \frac{\partial K}{\partial V_B} \right)^T, H_B = \left( \frac{\partial K}{\partial \Omega_B} \right)^T \quad (10)$$

$V_B$ 와  $\Omega_B$ 는 각각 속도와 각속도를 의미한다. 여기서  $\gamma$ ,  $\kappa$ ,  $V_B$ , 그리고  $\Omega_B$ 는 Hodges에 의해 제안된 기하학적 정밀 조건을 만족하는 관계식으로 표현할 수 있다[24].

$$\begin{aligned} \gamma^* &= C^{Ba} (C^{ab} e_1 + u_a') - e_1, \\ \kappa^* &= C^{ba} T_s(\theta) \theta', \\ V_B^* &= C^{Ba} (v_a + \dot{u}_a + \tilde{\omega}_a u_a) - e_1, \\ \Omega_B^* &= C^{ba} T_s(\theta) \dot{\theta} + C^{Ba} \omega_a' \end{aligned} \quad (11)$$

$(\cdot)^*$ 는 해당 물리량이 기하학적 정밀 조건을 만족하는

것을 의미한다. 식 (9)와 (10)을  $U$  와  $K$  에 대해 정리한 후 식 (8)에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l [\delta V_B^T P_B + \delta \Omega_B^T H_B - \delta \gamma_B^T F_B - \delta \kappa_B^T M_B + \delta \bar{W}] dx_1 dt = \delta \bar{A} \quad (12)$$

식 (12)에 Lagrange multiplier를 적용하여 식 (11)의 기하학적 정밀 조건을 만족시키도록 한다. 이때 혼합 변분법 정식화는 아래와 같다.

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_0^l [\delta V_B^{*T} P_B + \delta \Omega_B^{*T} H_B - \delta \gamma_B^{*T} F_B - \delta \kappa_B^{*T} M_B + \delta F_B^T (\gamma - \gamma^*) + \delta M_B^T (\kappa - \kappa^*) - \delta P_B^T (V_B - V_B^*) - \delta H_B^T (\Omega_B - \Omega_B^*) + \delta \bar{W}] dx_1 dt = \delta \bar{A} \quad (13)$$

각 물리량의 변분 표현을 대입하여 정리하면  $a$  좌표계에서의 혼합 변분법 정식화를 도출할 수 있으며, 유한요소 이산화를 적용하고 변분항으로 모아 정리하면 아래와 같이 단순하게 나타낼 수 있다.

$$F_S(X, \dot{X}) - F_L = 0 \quad (14)$$

여기서  $F_S$ 는 구조 연산자이고  $F_L$ 은 공력 하중에 해당한다.  $X$ 는 구조 상태 변수로 구조해석을 통해 도출되는 각각의 변위, 회전, 내력, 운동량을 포함한다. 이는 식 (15)와 같이 식 (14)에 Newton-Raphson 방법을 적용하여 도출할 수 있다.

$$\frac{\partial F_S}{\partial X} (\Delta X) = \Delta R, \Delta R = F_L - F_S \quad (15)$$

#### 2.1.4 전진 비행 공력-구조 연계해석 모듈

개발된 로터 블레이드 전진 비행 공탄성 해석자의 계산 과정은 Fig. 4와 같으며, 공력과 구조해석 모듈의 결합은 연성 결합(Loosely-coupling) 기법을 적용하였다. 초기에 공력 모듈 내에서 구조 변형이 적용되지 않은 로터 블레이드 모델을 모델링하며, 공력 모듈 내에서 트림을 수행하고 이에 따른 공력 하중과 피치 조종각이 구조 모듈로 전달된다. 이때의 공력 하중은 로터 허브에서의 6분력과 방위각에 따른 단면 6분력을 의미한다. 전달된 하중을 입력하여 구조해석 과정이 수행되고, 비선형 보 요소의 변위, 회전, 속도 성분을 도출한다. 도출된 피치 조종각과 변형된 격자를 공력 모듈에 적용하여 연계해석이 수행되고, 공력 하중을 도출한다. 공력 모듈을 통해 도출한 공력 하중과 구조 모듈을 통해 도출한 공력 하중의 차이를 Delta Airloads로

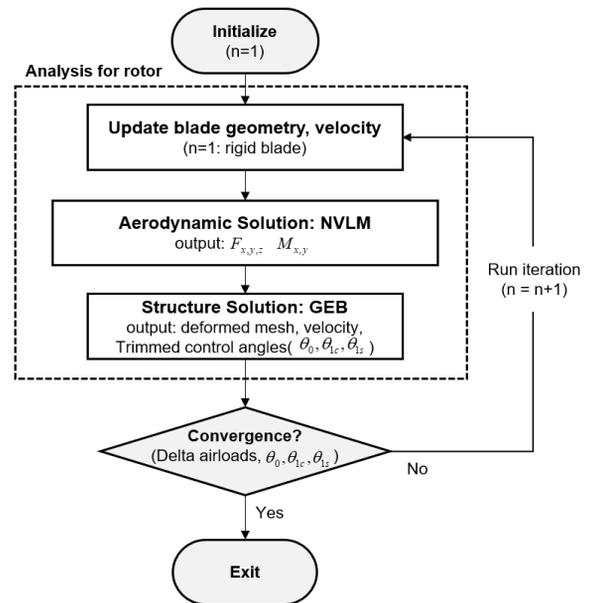


Fig. 4. Flow chart of aero-structure coupled analysis code in forward flight

정의한다[25]. 이때, 구조 모델에 내장된 공력 모델은 양력선 이론을 적용한다. 이러한 일련의 해석 과정을 1회의 연계해석 주기(Iteration)로 정의하며, 매 연계해석 주기마다 Delta Airloads와 피치 조종각을 통해 수렴 여부를 판단한다. 최초의 구조 변형이 적용되지 않은 로터의 해석을 제외한 모든 연계해석 과정에서는 구조 모델 내에서 트림 해석이 적용된다.

### III. 해석 결과

#### 3.1 전산해석기법 검증 (HART II)

##### 3.1.1 HART II 로터 블레이드 모델

개발된 전진 비행 공력-구조 연계해석 모듈의 검증을 위해 HART II 로터 블레이드를 고려하였다[26,27]. 해당 블레이드는 BO-105 헬리콥터 로터 블레이드의 축소 모델이며, 반지름 약 2 m인 4매의 블레이드를 적용한다. 로터 블레이드의 길이 방향으로 NACA23012 익형을 동일하게 적용한다. 2.5°의 Coning Angle을 가지며, 0.8°의 Wind Tunnel Interference를 고려하여 4.5°의 Shaft Tilt Angle을 적용하였다. 로터 블레이드의 시위 방향 15개, 길이 방향 25개의 와류 격자 요소를 배치하여 모델링하였다. HHC 입력이 없는 BL(Baseline) 실험 조건을 고려하여 목표 추력을 3,300 N, 목표 롤링 및 피칭 모멘트를 20, -20 Nm로 설정하여 트림 해석을 수행하였다. 로터 블레이드의 자세한 제원 및 해석 조건은 Table 1과 같다. 총 4번의 Trim Cycle을 수행하였으며, 하중이 수렴하는 3바퀴부터 수치 트림을 적용하였다. 1회의 Trim Cycle 수행에는 5바퀴의 전산 해석이 소요된다.

Table 1. HART II rotor specifications and simulation conditions

Property	Value
Rotor radius [m]	2
Hub offset [%]	22
Aspect ratio [-]	16.529
Airfoil [-]	NACA23012
Twist angle [°]	-8
Shaft tilt angle [°]	4.5
Tip mach number [-]	0.639
Advance ratio [-]	0.151
Time step [°]	3
Total revolution [-]	23

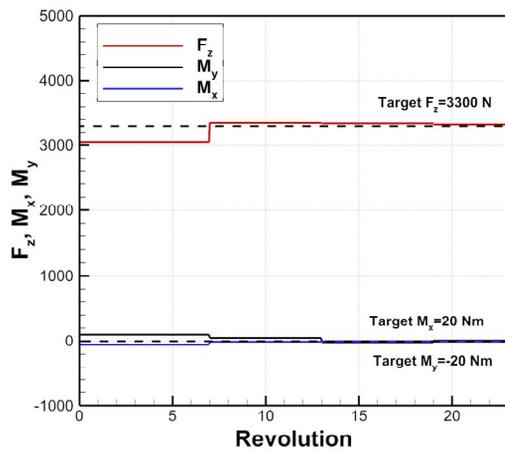


Fig. 5. Convergence history of aerodynamic force and moment depending on trim cycles

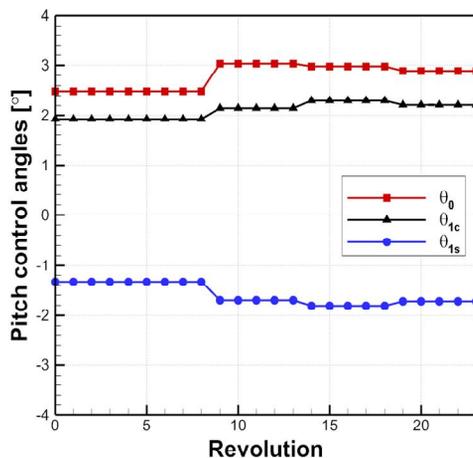


Fig. 6. Convergence history of pitch control angles depending on trim cycles

### 3.1.2 공탄성 해석 모듈 검증

Figure 5는 로터 회전수에 따른 추력, 톨링 및 피칭 모멘트 평균값을 나타낸 그림이다. Trim Cycle 수행에 따라 목표한 공력 하중으로 수렴하는 경향을 확인할 수 있다. Fig. 6은 Trim Cycle 수행에 따른 피치 조종각을 나타낸 그림이며, Collective, Cyclic Pitch Angle들이 일정한 값으로 수렴하는 경향을 확인할 수 있다. 따라서 전진 비행 해석을 위해 개발한 트림 해석 모듈의 적절성을 확인하였다.

Figure 7은 로터 블레이드의 길이 방향 87% 지점의 수직력을 실험 결과[12,13] 및 선행 문헌의 전산해석 결과[28]와 비교한 그림이다. 방위각 90° 부근에서 실험값에 비해 수직력을 다소 과소 예측하는 경향이 있지만, 타 선행 전산 해석 결과와 유사한 경향을 확인할 수 있다. 또한, 방위각 170° 지점에서 수직력이 감소하는 구간을 실험값과 유사하게 예측하였다. 방위각 270°~360° 지점에서 발생하는 BVI 발생 위치를 유사하게 예측하지만, 다소 과대 예측되는 경향을 확인할 수 있다. 이는 수치적 소산을 고려하지 않는 와류 입자법의 특성으로 인해 후퇴면에서의 와류의 세기를 실험값보다 다소 과대 예측하기 때문으로 판단된다.

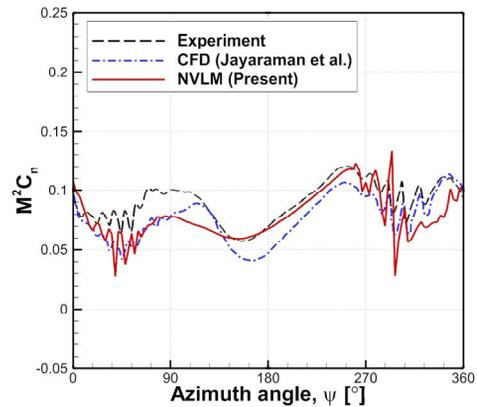


Fig. 7. Comparison of time history of normal force at  $r/R = 0.87$

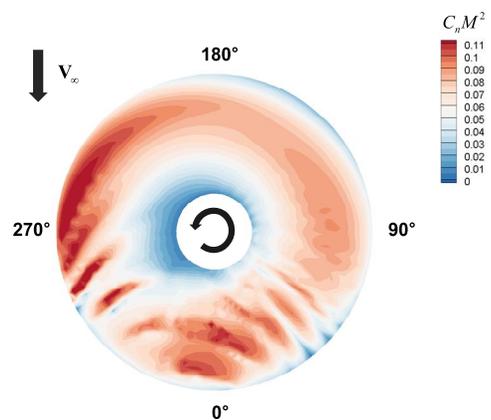
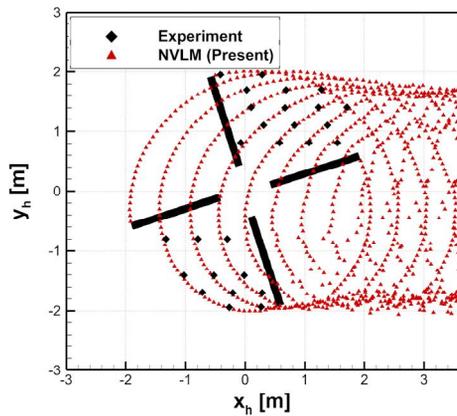


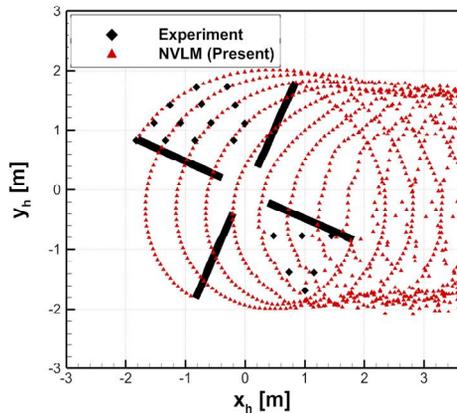
Fig. 8. Radial distribution of  $C_n M^2$  depending on azimuth angles

Figure 8은 방위각에 따른 수직력( $C_n M^2$ ) 분포를 나타낸 그림이다. 방위각  $270^\circ \sim 50^\circ$  지점에서 진행되는 블레이드의 후류가 후행하는 블레이드에 영향을 주는 BVI 현상이 포착되며, 후퇴면의 루트 부근에서 발생하는 역류 영역(Reverse Flow Region)을 확인할 수 있다. 또한, 방위각  $90^\circ \sim 180^\circ$ 의 로터 블레이드 끝단에서 양력이 급격히 감소하는 현상을 확인할 수 있다.

Figure 9와 같이 로터 블레이드 끝단에서 발생하는 와류 궤적을 PIV(Particle Image Velocimetry)를 통해 측정된 실험 결과와 비교하였다. 방위각  $20^\circ, 70^\circ$  조건에서  $xy$  평면의 와류 궤적을 나타내었다. 방위각  $20^\circ$  조건에서 전진면과 후퇴면의 와류 궤적이 실험값과 일치하는 경향을 확인할 수 있다. 방위각  $70^\circ$  조건에서 개발된 모듈로 예측한 와류 궤적이 전진면에서 실험값과 잘 일치하였으나, 후퇴면에서는  $+x$  방향으로 다소 이동된 궤적을 나타내었다. 이는 와류의 코어 크기와 강도에 큰 영향을 받는 BVI를 과대 예측하였고, 이로 인해 끝단 와류의 궤적이 로터의 후방 방향으로 다소 이동된 것으로 판단된다[27]. 하지만, 전반적으로 로터 블레이드 끝단에서 발생하는 와류의 궤적



(a) azimuth angle =  $20^\circ$



(b) azimuth angle =  $70^\circ$

Fig. 9. Comparison of tip vortex trajectory of HART II rotor at azimuth angles of  $20^\circ$  and  $70^\circ$

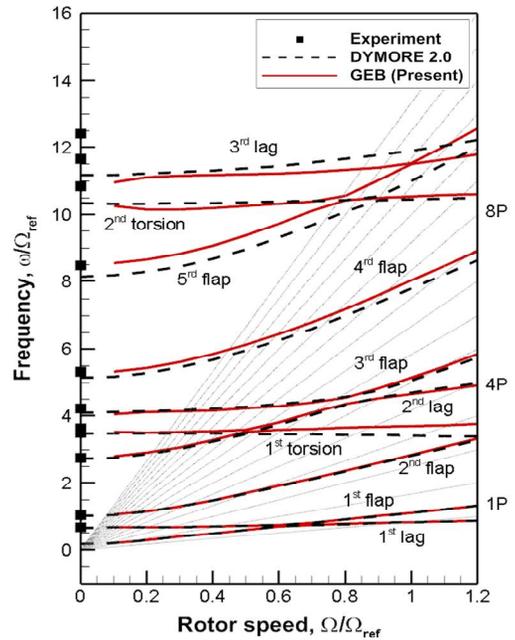


Fig. 10. Comparison of fan diagram for rotor blade of HART II

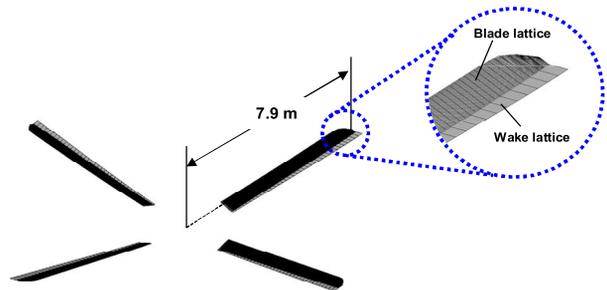


Fig. 11. Rotor blade of medium-class utility helicopter modeled by vortex lattice method

을 실험값과 유사하게 예측하였다. 이를 통해 본 연구에서 개발한 해석자가 전진 비행 시 로터 블레이드에서 발생하는 후류 구조를 타당하게 예측할 수 있음을 확인하였다. 로터 블레이드의 구조해석 모듈의 검증에 위해 HART II 블레이드에 대한 동특성 해석을 진행하였고, 실험 결과 및 DYMORE 2.0을 통해 도출된 결과와 비교하였다. Fig. 10에서 확인할 수 있듯이 10차 모드까지 비교를 진행하였고 실험 결과 및 DYMORE 2.0과 동일한 모드 형상이 도출되고 유사한 고유진동수가 도출되는 것을 확인하였다.

### 3.2 전산해석기법 적용

#### 3.2.1 중형 기동 헬리콥터 로터 블레이드 모델

개발된 공력-구조 연계해석 모듈에 대한 검증을 마친 후, 두 모듈을 결합하고 전진 비행 중인 중형 기동 헬리콥터 로터 블레이드에 대한 공탄성 해석을 수행하였다.

관절형 허브(Articulated Hub)를 가지는 주 로터는 4매

Table 2. Rotor specification of medium-class utility helicopter and simulation conditions

Property	Value
Rotor radius [m]	7.9
Number of blade [-]	4
Tip mach number [-]	0.661
Forward speed [kts]	40, 100, 140
Advance ratio ( $\mu$ ) [-]	0.09, 0.23, 0.32
Time step [°]	5
Total revolution [-]	5
Coupling iteration [-]	8

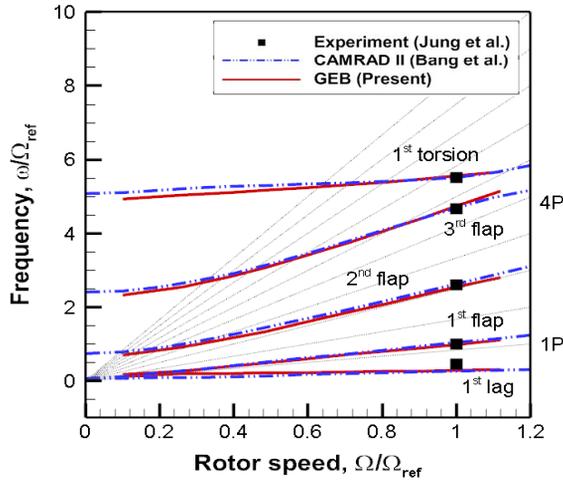


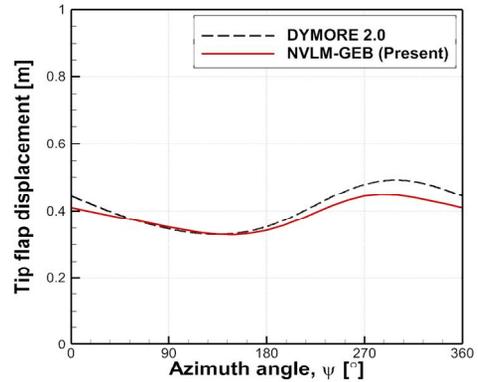
Fig. 12. Comparison of fan diagram for rotor blade of medium-class utility helicopter

의 블레이드로 구성된다. 비선형적인 비틀림각 분포를 가지며, 로터 블레이드 끝단에 후퇴각이 적용되었다. Fig. 11과 같이 로터 블레이드의 공력 격자는 시위 방향 15개, 길이 방향 20개로 구성하였다. 전진 비행 속도 40, 100, 140 kts를 고려하였고, 이는 각각 저속, 중속, 고속 조건에 해당한다. Operating Weight(OPW)를 고려하여 각 전진 비행 속도에 따른 목표 추력을 선정하였고, 허브 모멘트가 0으로 상쇄되도록 로터 블레이드 트림 해석을 적용하였다. 전진 비행 속도를 고려하여 Shaft Tilt Angle을 적용하였다. 매 연계해석 주기마다 공력해석에 적용되는 Time Step은 5°, 로터 회전수는 5바퀴를 적용하였다. 총 8회의 연계해석을 수행하였으며, 자세한 제원 및 해석 조건은 Table 2와 같다.

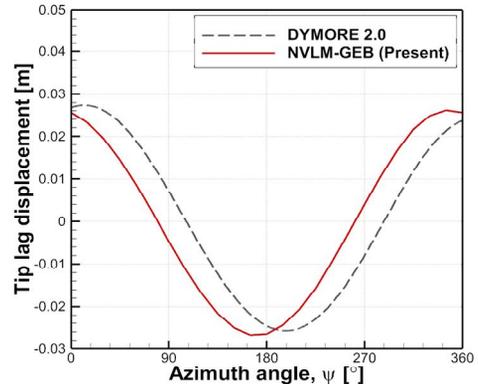
### 3.2.2 전진비행 공탄성 해석 결과

구조해석은 41개의 기하학적 정밀 보 요소를 사용하였으며 제조사로부터 전달받은 구조 물성을 활용하여 모델링하였다. 공탄성 해석에 앞서 본 연구의 구조 동역학 해석의 적절성을 검증하기 위해 동특성 해석을 수행하였으며,

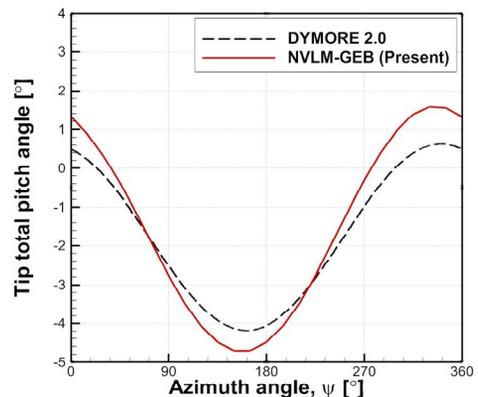
선행 연구 결과[14] 및 시험 결과[29]와 비교하였다(Fig. 12). 5차 모드까지 비교를 진행하였고 시험 결과와 동일한 모드 형상 및 유사한 고유 진동수가 도출되는 것을 확인하였다. 위의 결과를 통해 중형 기동 헬리콥터의 구조 동역학 해석이 블레이드의 구조 동역학적 특성을 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다.



(a) Flap displacement



(b) Lag displacement, mean removed

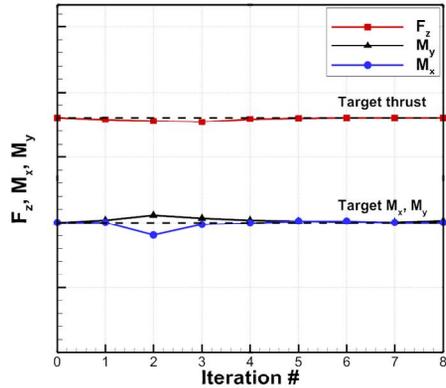


(c) Total pitch angle

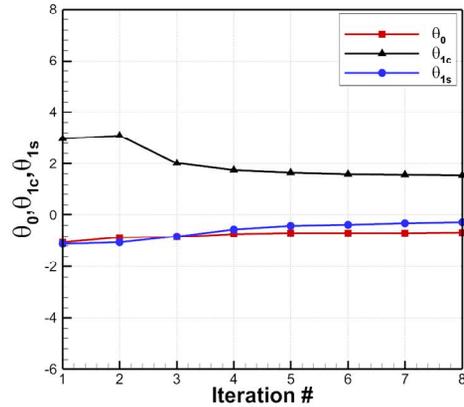
Fig. 13. Blade tip elastic motion for the different directions at forward flight speed 40 kts

Figure 13은 블레이드 끝단의 변형을 DYMORE 2.0 결과와 비교하였다. Flap 변위의 경우 최소값은 DYMORE 2.0 결과와 0.16%의 차이를 보였으며, 최대값은 8.67%의 차이를 확인하였다. 이때 각 최소 및 최대값이 도출되는 방위각이 매우 유사한 것을 확인할 수 있다.

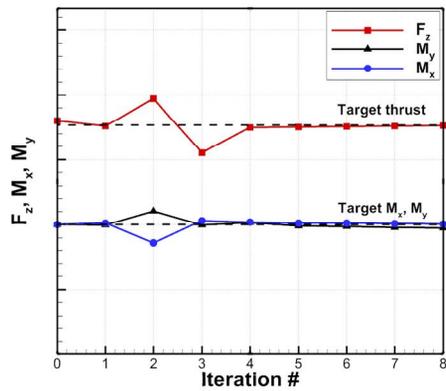
Lag 변위의 경우 최소값은 3.78%, 최대값은 4.43% 차이를 확인하였다. 최대 및 최소값이 도출되는 방위각의 경우 33도 이내의 경향성을 확인하였다. Total Pitch의 경우 최소 및 최대값이 유사한 수준이었으며, 방위각에 따른 경향성이 잘 나타나는 것을 확인하였다.



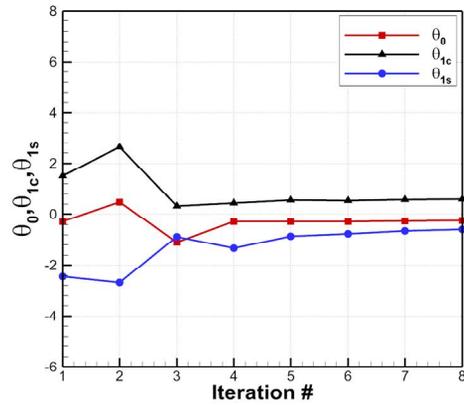
(a) Forward speed = 40 kts



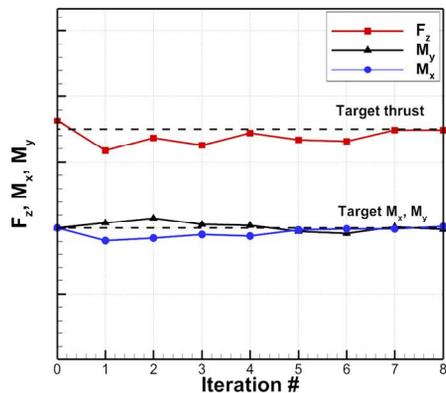
(a) Forward speed = 40 kts



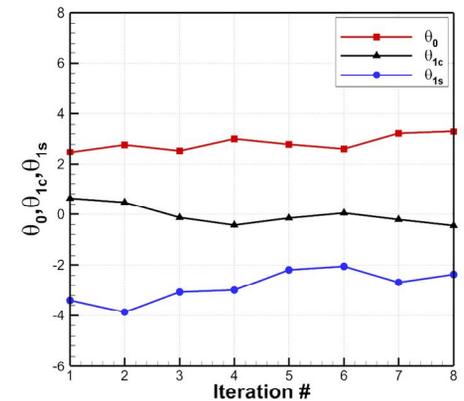
(b) Forward speed = 100 kts



(b) Forward speed = 100 kts



(c) Forward speed = 140 kts



(c) Forward speed = 140 kts

Fig. 14. Convergence history of averaged hub airloads depending on coupling iteration at different forward flight speeds

Fig. 15. Convergence history of trim control angles depending on coupling iteration for the different forward flight speeds

Figure 14는 공력-구조 연계해석에 따라 공력 모듈을 통해 도출한 하중 변화를 나타낸 그림이다. 구조 모듈과 공력 모듈의 하중 차이인 Delta Airloads를 반영한 트림 해석을 구조 모듈에서 적용하여 총 8회의 연계해석을 수행하였다. 구조 모듈에서는 매번 트림된 하중이 도출되며, 공력 모듈의 허브 하중이 목표값에 도달하는 것을 통해 Delta Airloads가 수렴함을 확인할 수 있다. 40 kts의 저속 조건보다 140 kts의 고속 조건에서 하중 수렴에 더 많은 연계해석 주기가 요구되었다. 이는 고속 전진 비행 조건에서 하중의 비선형성이 증가하기 때문이다. Fig. 15는 전진 비행 조건에서 방위각에 따른 구조적 변형의 수렴을 확인하기 위해 연계해석 주기에 따른 피치 조종각을 나타낸 그림이다. 40, 100 kts 조건의 경우, 연계해석 주기에 따라 Collective, Lateral 및 Longitudinal Cyclic Pitch Angle이 일정한 값으로 수렴하였다. 저속 전진 비행 조건인 40 kts에서는 비교적 적은 연계해석 주기에서 피치 조종각이 수렴하는 경향을 보였지만, 중속 조건인 100 kts 조건에서는 수렴에 더욱 많은 연계해석 주기가 요구되었다. 140 kts 조건에서는 피치조종각이 일정한 값으로 수렴하기 어려웠다. 이는 고속 전진 비행 조건에서 발생하는 역류 영역으로 인해 방위각에 따른 하중의 비선형성이 증가한 것이 원인으로 판단된다.

구조 변형은 공력 하중 입력에 의한 결과이므로 Figs. 16, 17과 같이 방위각에 따른 하중 분포를 확인하였다. Fig. 16은 구조 변형을 고려하지 않은 로터 블레이드의 하중을 나타내며, Fig. 17은 공력-구조 연계해석을 수행하여 구조 변형을 고려한 로터 블레이드의 단면 수직력을 나타낸 그림이다. 모든 전진 비행 조건에서 로터의 전진면과 후퇴면의 비대칭적인 공력하중 분포를 확인하였다. 40 kts 조건에서 Shaft Tilt Angle로 인해 수직력의 최대 지점이 초승달 형상을 나타냈다. 하중의 최대값은 구조 변형을 고려한 조건에서 증가한 것을 확인하였다. 중속 전진 비행 조건인 100 kts에서는 방위각 270°의 후퇴면에서 역류 영역을 확인하였다. 해당 영역은 전진 비행 속도로 인해 시위 방향으로 유입되는 속도의 방향이 음수가 되는 영역이며, 실속과 로터 진동을 유발한다. 로터의 전방과 방위각 330°에서 단면 수직력이 최대가 되는 영역이 나타난다. 고속 전진 비행 조건인 140 kts 조건에서도 역류 영역을 확인할 수 있으며, 전진비가 증가함에 따라 해당 영역의 지름이 증가하였다. 구조 변형을 고려하지 않은 조건의 경우, 후퇴면에서 초승달 형태로 수직력이 최대가 되는 영역을 확인하였다. 140 kts 조건에서 구조 변형을 고려한 경우, 수직력이 최대가 되는 영역은 방위각 180°와 330° 지점이다. 또한, 구조 변형을 고려함에 따라 하중의 Peak값이 감소한 것을 확인할 수 있다. 이는 공력 하중 진폭의 감소를 의미하며, 구조적 변형과 연관된다. 중속 및 고속 전진 비행 조건에서는 빠른 전진 비행 속도로 인해 BVI 현상이 발생하지 않는다. 방위각 90°~180° 영역에서 블레이드 끝단에서 음의 하중(Negative Loading)을 확인할 수 있다.

Figures 18, 19는 전진 비행 속도에 따른 후류 구조를 3차원

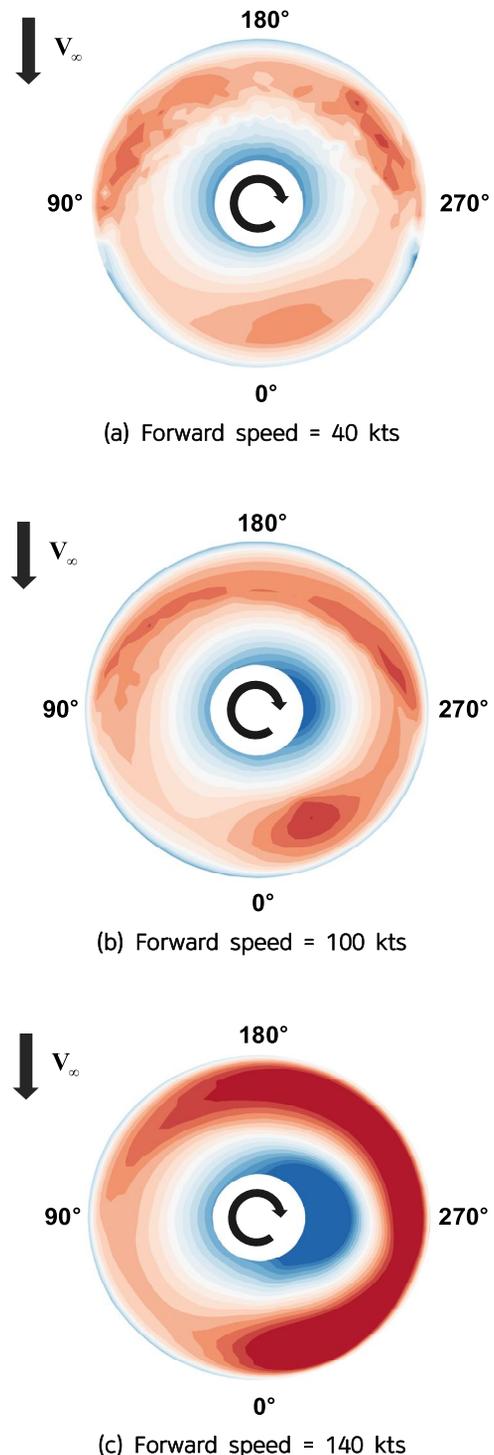


Fig. 16. Sectional normal force distribution of rigid rotor blade at the different forward speeds

및  $xz$  평면에서 나타낸 그림이다. 전진 비행 속도가 증가할수록 큰 Shaft Tilt Angle로 인해 로터 블레이드에 작용하는 공력 하중의 비대칭성이 증가하였다. 이는 Tip Vortex의 피치 거리 증가, Upwind Side와 Downwind Side의 후

류 세기의 차이를 유발한다.

상대적은 큰 Shaft Tilt Angle이 적용된 140 kts 조건에서 Tip Vortex 피치 거리가 최대가 되었다. 또한, 100, 140 kts 속도의 전진 비행 조건에서는 생성된 후류가 로터 회전면을 빠르게 벗어나 BVI 현상이 관찰되지 않았다.

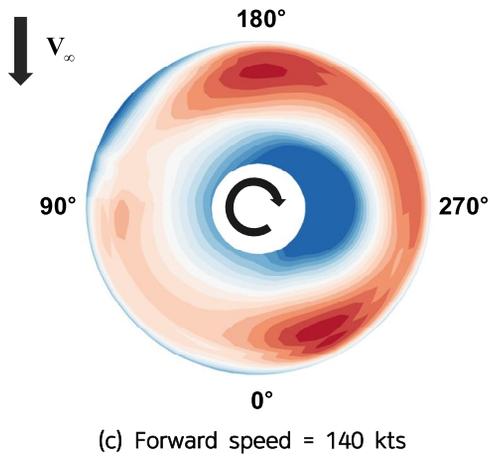
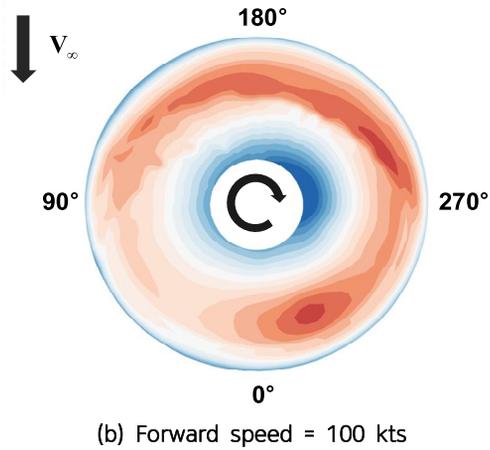
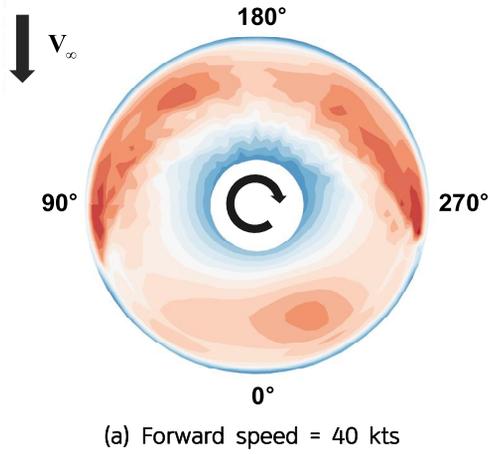


Fig. 17. Sectional normal force distribution of deformed rotor blade at the different forward speeds

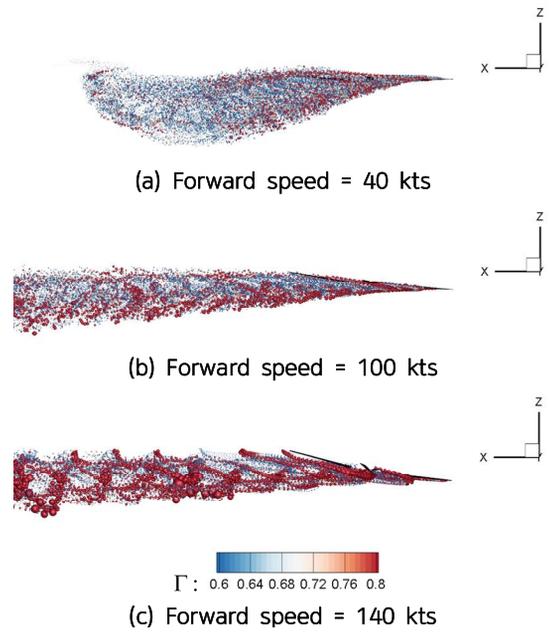


Fig. 18. Wake structures at xz plane depend on forward speed

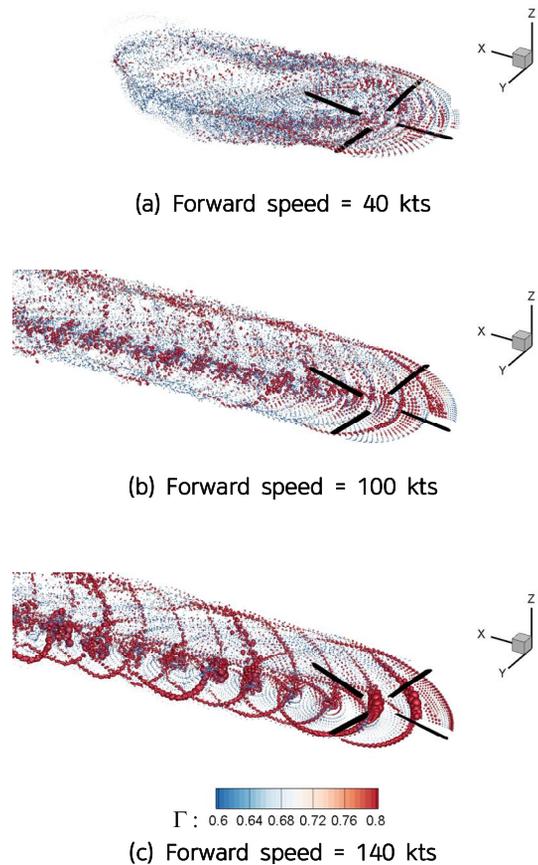


Fig. 19. Iso view of wake structures depend on forward speed

## IV. 결 론

본 연구에서는 비선형 와류 격자법과 와류 입자법이 결합된 공력 모델과 기하학적 정밀 보 이론을 이용한 구조 모델의 결합으로 전진 비행 공탄성 해석자를 개발하였다. 개발된 공탄성 해석자의 검증을 위해 전진 비행 조건의 HART II 로터 모델을 고려하였다. 방위각에 따른 수직력 분포와 후류 궤적을 실험 결과와 비교 검증하였다. 실험 및 DYMORE 2.0 결과와 구조 동특성 모델을 10차 모드까지 비교하여 유사한 경향을 확인하였다. 이를 통해 개발된 전진 비행 공탄성 해석 모듈의 적절성을 확인할 수 있었다.

중형 기동 헬리콥터의 로터 모델을 적용하여 구조 동역학 모델의 적절성을 검증하였고, 연성 결합 기반의 전진 비행 공력-구조 연계 해석을 수행하였다. 비행 시험 및 타선형 전산해석 결과와 Fan Diagram을 비교하여 유사한 고유진동수를 확인하였다. 또한, 전진 비행 속도 40 kts 조건에서 Flap, Lag, Total Pitch의 끝단 변형을 확인하였고 DYMORE 2.0의 결과와 유사한 경향을 나타내었다. 이때, 전진 비행 속도 40, 100, 140 kts 조건에서 총 8회의 공력-구조 연계해석을 통하여 수렴된 공력 하중 및 피치 조종각을 도출하였다. 이후, 구조 변형 고려 유무에 따른 수직력 분포를 비교 분석하였다. 전진 속도가 증가할수록 하중의 비선형성이 증가하였고, 역류 영역의 지름이 확대되었다. 각 전진 비행 속도 조건에서 후류 구조를 예측하였으며, 전진 비행 속도가 증가할수록 Tip Vortex의 피치 거리가 증가함을 확인하였다. 본 연구를 통하여 개발된 전진 비행 공탄성 해석자가 중형 기동 헬리콥터 로터 블레이드의 공력-구조 상호작용에 의한 탄성 변형 연계해석에 적용될 수 있음을 확인하였다.

본 연구에서 로터 공탄성 해석자를 개발하였지만, 동체 모델링을 생략하여 전진 비행시 발생하는 로터-기체 상호작용을 고려하지 않았다는 한계를 가진다. 따라서 향후 연구에서는 전진 비행시 로터, 기체, 후류 간의 상호작용을 더욱 정확히 예측하기 위한 전기체 모델을 고려할 계획이다. 로터-기체 간의 상호작용을 고려함에 따라 로터 블레이드의 구조 변형에 미치는 영향을 분석할 것이다. 더 나아가, 기체 동특성 모델과 결합하여 기체의 진동을 예측하고, 기체의 진동을 효과적으로 저감 할 수 있는 기법을 연구할 계획이다.

## 후 기

이 논문은 2023년도 정부(방위사업청)의 재원으로 국방기술진흥연구소의 지원을 받아 수행된 연구입니다(No. KRIT-CT-21-020, 중형헬기 진동저감을 위한 진동원(블레이드) 능동제어장치 SW 개발).

## References

1) Choi, G. M., "Helicopter Vibration Phenomenon,"

*Defense & Technology*, No. 387, 2011, pp. 84~95.

2) Kessler, Ch., "Active Rotor Control for Helicopters: Motivation and Survey on Higher Harmonic Control," *36th European Rotorcraft Forum*, 2010.

3) Wang, Siwen and Qiyu Cheng, "CFD-CSD method for rotor aeroelastic analysis with free wake model," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol. 95, No. 1, 2022, pp. 132~144.

4) Huang, Q., Abdelmoula, A., Chourdakis, G., Rauleder, J. and Uekermann, B., "CFD/CSD coupling for an isolated rotor using preCICE," *14th World Congress on Computational Mechanics (WCCM)*, 2021.

5) Wang, S., Han, J., Yun, H. and Chen, X., "CFD-CSD method for coupled rotor-fuselage vibration analysis with free wake-panel coupled model," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 235, No. 11, 2021, pp. 1343~1354.

6) Kang, H. J., Kim, D. H. and Wie, S. Y., "Aerodynamic and Noise Calculations of Helicopter Rotor Blades using Loose CFD-CSD Coupling Methodology," *Journal of Computational Fluids Engineering*, Vol. 19, No. 3, 2014, pp. 62~68.

7) Fleischmann, Dominique, Simone Weber and Mohammad M. Lone. "Fast computational aeroelastic analysis of helicopter rotor blades," *AIAA 2018-1044, AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2018.

8) Yoon, S. H., Cho, H., Shin, S. J., Huh, S., Koo, J., Ryu, J. and Kim, C., "Effect of the Leading Edge and Vein Elasticity on Aerodynamic Performance of Flapping-Wing Micro Air Vehicles," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 49, No. 3, 2021, pp. 185~195.

9) Jeong, I., Cho, H., Kang, S. H. and Kim, H., "Feasible Model-Order Reduction Approach for Analysis of Composite Rotor Blades based on Geometrically Exact Beam Formulation," *Aerospace Science and Technology*, 109312, 2024.

10) Palaia, G., Abu Salem, K., Cipolla, V., Binante, V. and Zanetti, D., "A conceptual design methodology for e-VTOL aircraft for urban air mobility," *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 22, 2021, 10815.

11) Wernicke, Rodney K. and Jan M. Drees. "Second harmonic control," *Proceedings of the American Helicopter Society 19th Annual Forum, Washington, DC, USA*. 1963.

12) Splettstoesser, W. R., Kube, Seelhorst, U., Wagner, W., Boutier, A., Micheli, F., Mercker, E. and

Pengel, K., "Higher harmonic control aeroacoustic test(HART)—test documentation and representative results," *DLR Report IB*, 1995.

13) Spletstoeser, W. R., Kube, Seelhorst, U., Wagner, W., Boutier, A., Micheli, F., Mercker, E. and Pengel, K., "Key results from a higher harmonic control aeroacoustic rotor test (HART) in the German-Dutch wind tunnel," *21st European Rotorcraft Forum, Saint Petersburg, Russia*, August 30 September 1, 1989

14) Bang, S., Park, J., Kim, D. and Kang, U., "Vibration Reduction Simulations of a Medium Utility Helicopter Rotor Using Higher Harmonic Pitch Control," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 5, No. 51, 2023, pp. 345~353.

15) Hong, S., You, Y., Jung, S. N. and Kim, D. H. "Vibratory Loads Reduction of a Coaxial Rotorcraft Using Individual Blade Control Scheme," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 47, No. 5, 2019, pp. 364~370.

16) Lim, Joon W., Chee Tung and Yung H. Yu., "Prediction of blade-vortex interaction airloads with higher-harmonic pitch controls using the 2GCHAS comprehensive code," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 123, No. 4, 2001, pp. 469~474.

17) Im, B., Cho, H., Kee, Y. and Shin, S., "Geometrically exact beam analysis based on the exponential map finite rotations," *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 21, 2020, pp. 153~162.

18) Lee, S. L., Jeong, I. H., Cho, H., Kang, W. R. and Lee, H., "Development of Aeroelastic Analysis Code for Rotor Blade using Coupled Nonlinear Vortex Lattice Method and Geometrically Exact Beam Theory," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 52, No. 1, 2024, pp. 25~35.

19) Son, S. M., Lee, S. L., Cho, H., Kee, Y. and Lee, H., "Predicting Aerodynamics and Wake Dynamics of Tilt Rotor using Unsteady Vortex Particle Method," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 52, No. 10, 2024, pp. 775~787.

20) J. Katz and A. Plotkin, "Low-Speed Aerodynamics," *Cambridge university press*, Vol. 13, 2001.

21) Leishman, Gordon J., "Principles of helicopter aerodynamics with CD extra." *Cambridge university press*, 2006.

22) Johnson, Wayne, "Rotorcraft aeromechanics," *Cambridge university press*, 2013.

23) Araghizadeh, M. S., Sengupta, B., Lee, H. and Myong, R. S., "Aeroacoustic investigation of side-by-side urban air mobility aircraft in full configuration with ground effect," *Physics of Fluids*, Vol. 36, No. 8, 2024.

24) Hodges, D. H. "A mixed variational formulation based on exact intrinsic equations for dynamics of moving beams," *International journal of solids and structures*, Vol. 26, No. 11, 1990, pp. 1253~1273.

25) Liu, H., "Interfacing comprehensive rotorcraft analysis with advanced aeromechanics and vortex wake models," *Ph. D. Thesis, Georgia Institute of Technology*, 2008.

26) van der Wall, B. G., Burley, C. L., Yu, Y., Richard, H., Pengel, K. & Beaumier, P., "The HART II test—measurement of helicopter rotor wakes," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 8, No. 4, 2004, pp. 273~284.

27) van der Wall, B. G., Lim, J. W., Smith, M. J., Jung, S. N., Bailly, J., Baeder, J. D. & Boyd, D. D., "The HART II international workshop: an assessment of the state-of-the-art in comprehensive code prediction," *CEAS Aeronautical Journal*, Vol. 4, 2013, pp. 223~252.

28) Jayaraman, B., Wissink, A., Lim, J., Potsdam, M. and Dimanlig, A., "Helios prediction of blade-vortex interaction and wake of the HART II rotor," *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, AIAA 2012-0714, 2012.

29) Jung, S. U., Kwak, D. I., Kim, S. H., Choi, J. H. & Shim, D. S., "Vibration reduction devices for korean utility helicopter," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 41, No. 12, 2013, pp. 987~993.