

J. Korean Soc. Aeronaut. Space Sci. 50(7), 445-454(2022) DOI:https://doi.org/10.5139/JKSAS.2022.50.7.445 ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

# 결빙 증식 최소화를 위한 다중 익형 형상 최적설계

강민제<sup>1</sup>, 이혁진<sup>2</sup>, 조현승<sup>3</sup>, 명노신<sup>4</sup>, 이학진<sup>5</sup>

# Design Optimization of Multi-element Airfoil Shapes to Minimize Ice Accretion

Min-Je Kang<sup>1</sup>, Hyeokjin Lee<sup>2</sup>, Hyeonseung Jo<sup>3</sup>, Rho-Shin Myong<sup>4</sup> and Hakjin Lee<sup>5</sup> School of Mechanical and Aerospace Engineering, Gyeongsang National University, Jinju, Republic of Korea

# ABSTRACT

Ice accretion on the aircraft components, such as wings, fuselage, and empennage, can occur when the aircraft encounters a cloud zone with high humidity and low temperature. The prevention of ice accretion is important because it causes a decrease in the aerodynamic performance and flight stability, thus leading to fatal safety problems. In this study, a shape design optimization of a multi-element airfoil is performed to minimize the amount of ice accretion on the high-lift device including leading-edge slat, main element, and trailing-edge flap. The design optimization framework proposed in this paper consists of four major parts: air flow, droplet impingement and ice accretion simulations and gradient-free optimization algorithm. Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) simulation is used to predict the aerodynamic performance and flow field around the multi-element airfoil at the angle of attack 8°. Droplet impingement and ice accretion simulations are conducted using the multi-physics computational analysis tool. The objective function is to minimize the total mass of ice accretion and the design variables are the deflection angle, gap, and overhang of the flap and slat. Kriging surrogate model is used to construct the response surface, providing rapid approximations of time-consuming function evaluation, and genetic algorithm is employed to find the optimal solution. As a result of optimization, the total mass of ice accretion on the optimized multielement airfoil is reduced by about 8% compared to the baseline configuration.

# 초 록

항공기가 빙점 이하의 습도가 높은 구름대를 지날 때 액적이 항공기와 충돌하면 날개, 동체 등 항공기 구성품에 결빙이 발생한다. 특히 항공기의 날개에 결빙이 증식되면 공력 성능의 저하와 비 행 안정성의 감소 등의 치명적인 안전 문제를 초래할 수 있다. 본 연구에서는 항공기 날개에 적용 되는 고양력 장치인 다중 익형의 결빙 증식량이 최소가 되도록 형상 최적설계를 수행하였다. 3차 원 Reynolds-Averaged Navier-Stokes 지배 방정식을 이용하여 공력해석을 수행하였고, 다물리 전 산해석을 통해 결빙의 형상 및 증식량을 예측하였다. 최적설계의 목적함수는 결빙 중식량 최소화 로 설정하였고, 설계변수는 Slat과 Flap의 전개 각도와 위치를 정의하는 형상 변수 6개를 선정하였 다. 설계 과정에서 목적함수의 평가는 크리깅 근사모델을 사용하여 대체하였고 유전자 알고리즘을 적용하여 최적 형상을 도출하였다. 최적화를 수행한 결과, Slat과 Flap에 최적의 전개 각도와 위치 를 적용하였을 때 결빙 증식량이 약 8% 감소하였다.

\* Received : February 17, 2022 Revised : May 2, 2022 Accepted : May 12, 2022

<sup>1-3</sup> Graduate Student, <sup>4,5</sup> Professor

<sup>5</sup> Corresponding author, E-mail : hlee@gnu.ac.kr, ORCID 0000-0002-4459-9858

<sup>© 2022</sup> The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences

446

Key Words : Multi-element Airfoil(다중 익형), Airfoil Icing(익형 결빙), Design Optimization(최적 설계), Kriging Surrogate Model(크리깅 근사모델), Computational Fluid Dynamics(전산유체역학)

#### Ⅰ.서 론

비행 중 항공기의 외부 온도가 빙점 이하의 구름 대를 통과할 때 액적과의 충돌로 인해 날개, 동체 등 항공기 주요 구성품에 결빙이 생성된다. 항공기 표면 에 발생한 결빙으로 인해 항공기의 각종 센서에 Blocking 현상이 발생하여 운항 및 제어에 필요한 정 보를 제대로 얻지 못하거나 Ice Shedding 현상으로 엔진의 연소 정지 등의 심각한 안전 문제를 초래할 수 있다[1-6]. 특히 날개의 표면에 축적된 결빙은 익 형의 형상을 변형시켜 공기역학적인 성능을 직접적 으로 저하시킨다. 고정익 항공기의 경우 이착륙 시 필요한 공력 특성을 얻기 위해 고양력 장치인 Slat과 Flap을 사용한다[7]. 하지만 만약 항공기가 착륙하거 나 이륙 후 순항 고도로 비행을 할 때 결빙 환경에 노출되어 고양력 장치에 결빙이 증식된다면 필요한 공력을 충분히 얻지 못해 사고로 이어질 수 있다[8]. 결빙으로 인한 항공기 사고는 전 세계적으로 매년 꾸준히 증가하고 있으며, 대표적인 항공기 날개의 결

꾸준히 증가하고 있으며, 대표적인 항공기 날개의 결 빙으로 인한 사고 사례는 Comair 3272편과 UTair Flight 120편 추락 사고가 있다. Comair 3272편 사고 의 경우 약 4,000피트에서 착륙을 위해 기수의 방향 을 틀다가 눈보라 속을 지나게 되었다. 이로 인해 날 개에 착빙 현상으로 항공기는 조종 불능 상태에 빠 지게 되었고, 결국 추락하여 29명 전원 사망한 사고 이다[9]. UTair Flight 120편 사고의 경우 항공기에 눈이 내린 상태에서 몇 시간 동안 주차되어 있었음 에도 이륙하기 전에 제대로 제빙을 하지 않고 비행 한 것이 원인이 되었다. 그 결과, 날개에 부착되어 있던 결빙으로 인해 이륙 시 실속각이 감소하여 추 락 사고로 이어졌다. 이외에도 항공기가 비행 중 결 빙이 생성되었지만, 제빙 작업이 제대로 이루어지지 않아 추락하는 항공기 사고가 종종 발생하였다[10].

다중 익형에서 발생하는 결빙 증식 현상을 고찰하 고자 하는 연구는 전산해석 또는 실험적 접근을 통 해 시도되어왔다. Raj et al.[11]은 Supercooled Large Droplet(SLD)과 non-SLD 결빙 조건에서 다중 익형 에 대한 결빙 형상을 예측하고 공력 성능에 미치는 영향을 전산해석을 통해 고찰하였다. Petrosino et al.[12]은 Potential Panel, Euler, Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS)를 포함하여 다양한 정확도의 해 석자들을 활용하여 결빙 해석을 진행하였고, 해석자 간의 결빙 형상을 비교 분석하였다. Shin et al.[13]은 실험을 통해 다양한 조건에서 다중 익형의 결빙 형 상을 분석하고 결빙 증식에 영향을 미치는 요인들을 연구하였다. Potapczuk et al.[14]은 실험을 통해 다 중 익형에서 발생하는 결빙 증식에 영향을 미치는 인자 및 공력 특성에 관한 연구를 수행하였다. 이외 에도 조제현 등[15]이 RANS와 LES 기법을 이용하여 Iced 에어포일에 대한 공력 특성을 분석하였다. 이창 훈 등[16]은 KC-100 항공기의 주날개에서 결빙에 의 한 공력 영향성 연구를 하였다.

다중 익형은 고정익 항공기가 이착륙할 때 필요한 중요한 고양력 장치이므로 주로 공력 성능을 향상시키 기 위한 설계 연구들이 진행되어왔다. Besnard et al. [17]은 Interactive Boundary Layer(IBL) 방식으로 공 기역학적 성능을 예측하고 기울기 기반의 최적화 기 법을 적용하여 양항비 및 최대 양력 계수 최대화를 위한 다중 익형 최적화 연구를 수행하였다. Kanazaki et al.[18]은 Multi-objective Genetic Algorithm(MOGA) 과 크리깅 근사모델(Kriging Surrogate Model)을 사 용하여 받음각 8°와 20°에서 최대 양력을 가지는 다 중 익형 최적설계를 수행하였다. Kim et al.[19]은 Adjoint 설계기법을 사용하여 고정된 양력 계수에서 최소 항력 계수와 고정된 항력 계수에서 최대 양력 계수를 구하는 다중 익형의 최적설계 연구를 수행하 였다. Evi et al.[20]은 Fletcher-Reeves 기법을 사용하 여 항력이 일정할 때, 양력을 증가시키는 다중 익형 형상 최적설계 연구를 수행하였다. 김현중 등[21]이 최대 양력 계수를 갖는 다중 익형의 위치 최적화 연 구를 수행하였다. 또한 박영민 등[22]은 2차원 고양 력 장치에 대해 반응면 기법을 활용하여 Flap의 형 상과 위치에 따른 최적화를 수행하였다. 이처럼 다중 익형과 관련된 최적설계 연구에서는 주로 공력 성능 향상을 목적함수로 다루었으며, 결빙 증식 최소화를 위한 설계 연구 사례는 많이 보고되지 않았다.

본 연구에서는 다물리 전산해석을 활용하여 단일 조건에서 다중 익형의 전개 각도 및 위치에 따른 총 결빙 증식량을 최소화하는 최적설계 연구를 수행하 였다. 다중 익형의 유동장 해석에는 점성의 효과를 고려한 3차원 압축성 RANS 지배 방정식을 이용하였 다. 벽면 근처에서의 유동을 정확하게 계산하기 위하 여 k-ω SST(Shear Stress Transport) 난류 모델을 사 용하였다. 유동장 해석 결과를 기반으로 실제 구름 조건과 유사한 Langmuir D 분포를 사용하여 액적장 해석을 수행하였고, 유동장 및 액적장 해석 결과를 바탕으로 결빙 증식 해석을 수행하여 총 결빙 증식 량을 산출하였다. 설계 과정에서의 반복적인 목적함 수 평가는 크리깅 근사모델을 이용하여 대체하였고 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm)을 적용하여 전 역 최적해를 도출하였다. 받음각 8°에서 최적설계를 진행한 결과, 기존의 다중 익형 형상에 비해 총 결빙 증식량이 약 8% 감소하였다.

~ 1

# II. 수치해석 기법

# 2.1 유동장 해석 기법

유동장 계산을 위해 사용한 지배 방정식은 대기의 공기 흐름을 정확히 모사하며 점성 및 압축성 효과 를 포함하는 3차원 압축성 RANS 방정식을 사용하였 으며, 아래의 수식들로 표현된다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \boldsymbol{v}) + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v} \boldsymbol{v}) + \nabla p = \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_t)$$
(2)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \nabla \cdot (\rho h \boldsymbol{v}) = \nabla \cdot [(k + k_t) \nabla T]$$
(3)

수식에서  $\rho$ 는 밀도, v는 속도, p는 압력,  $\tau$ 는 점성 응력,  $\tau_t$ 는 난류 항, h는 엔탈피, T는 온도, k는 열 전도도, kt는 난류 전송에 의한 열전도를 나타내며, 속도 및 기타 변수는 시간의 평균값을 나타낸다. 난 류 모델은 Menter[23]가 제안한 k-ω SST 모델을 적 용하였다. 이 모델은 전반적인 유동 해석에서 높은 수렴도를 보여주는 k-c 난류 모델과 벽면 근처에서 정확한 계산이 가능한 k-w 난류 모델을 결합하여 해석의 정확성을 높인 난류 모델이다.

# 2.2 액적장 및 결빙 증식 해석 기법

항공기의 표면과 액적 충돌 비율을 정량적으로 나 타내기 위해 대기에 존재하는 액적의 특성에 대한 분석이 필요하다. 대기 결빙 환경에서의 구름은 다 양한 크기의 과냉각된 액적으로 구성되어 있으며, 액적 분포는 흔히 Langmuir D 분포로 알려져 있다. Langmuir D 분포는 구성된 액적의 평균 크기를 기 준으로 가장 큰 액적은 2.2배 크고, 가장 작은 크기 의 액적은 3.2배 작게 분포되어 있다. 과냉각된 액적 장을 계산하기 위해 실제 구름 조건과 유사한 결과 를 제시하는 Langmuir D 분포로 가정하여 Eulerian 기반의 액적 운동 방정식을 이용하였다. 이는 공기와 액적이 혼합된 다상 유동 모델로 Bourgault et al. [24] 이 액적에 대한 연속 방정식과 운동량 방정식으로 구성하여 제안하였으며 식 (4)와 (5)로 표현된다.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \boldsymbol{u_d}) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \alpha \boldsymbol{u_d}}{\partial t} + \alpha \boldsymbol{u_d} \cdot \nabla \boldsymbol{u_d} = \frac{\alpha C_D Re_d}{24K} (\boldsymbol{u_a} - \boldsymbol{u_d}) + \alpha (1 - \frac{\rho_a}{\rho_w}) \frac{1}{Fr^2} \boldsymbol{g} \qquad (5)$$

여기서 α는 액적의 체적비(Volume Fraction)를 나 타내며, ua, ua는 액적과 공기의 속도, pa, pw는 공기 와 물의 밀도를 의미한다. Cn는 구형으로 가정한 액 적의 항력 계수를 나타낸다.

결빙 증식 형상 중 Glaze Ice의 경우 매우 불규칙 한 형태를 가지며 항공기의 표면을 따라 유선형으로 생성되는 Rime Ice에 비해 공력 성능에 큰 영향을 미친다[25]. 일반적으로 액적이 물체에 부착되어 결 빙이 증식되는 과정을 묘사하는 Film 두께에 관한 연속 방정식과 온도에 관한 에너지 방정식을 식 (6) 과 (7)로 나타낸다.

$$\rho_w [\frac{\partial h_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\overline{U}_f h_f)] = U_{\infty} L W C \beta - \dot{m}_{evap} - \dot{m}_{ice} \quad (6)$$

$$\rho_{w}\left[\frac{\partial(h_{f}c_{f}T_{f})}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\overline{U_{f}}h_{f}c_{f}T_{f}\right)\right]$$

$$= \left[c_{f}T_{\infty} + \frac{|\overline{U_{d}}|^{2}}{2}\right]U_{\infty}LWC\beta$$

$$-0.5(L_{evap} + L_{subl})\dot{m}_{evap}$$

$$+ (L_{fusion} - c_{ice}T)\dot{m}_{ice} + \sigma\epsilon(T_{\infty}^{4} - T_{f}^{4})$$

$$+ c_{h}(T_{f} - T_{ice,rec}) + Q_{anti-icing}$$
(7)

이때  $\rho_t$ 는 물의 밀도이며,  $c_f$ ,  $c_{ire}$ 는 물과 얼음의 비열을 나타낸다.  $\overline{U}_{f}$ 와  $h_{f}$ 는 Water Film의 속도와 두께를 의미하며, T<sub>f</sub>는 열평형 온도, U<sub>d</sub>는 액적 속 도, σ는 고체 방사율, ϵ는 볼츠만 상수를 의미한다.  $L_{evap}$ ,  $L_{subl}$ ,  $L_{fusion}$ 는 각각 액적의 증발, 승화, 융해 에 의한 잠열을 의미한다. 액적의 축적률은 β로 표 현하였고, 대류 열전달 계수는 c<sub>h</sub>, 증발과 결빙 시 Mass Flux는 각각  $\dot{m}_{evap}$ 와  $\dot{m}_{ice}$ 로 나타내었다. 식 (7)의 우변 첫 번째 항은 액적과 표면이 충동할 때 발생하는 열전달을 의미하고, 두 번째 항은 액적이 증발할 때의 열전달을 의미하며, 세 번째 항은 결빙 부착으로 인한 열전달을 의미한다. 나머지 항들은 복 사 및 대류 열전달, 방빙 장치에 의한 발열을 의미하 며, 본 연구에서는 결빙 해석에서 방빙 장치가 없으 므로  $Q_{anti-icing}$ 은 0으로 적용하였다.

# 2.3 최적설계 Framework

최적설계 방법은 설계변수의 변동에 따른 목적함 수의 변화를 의미하는 민감도(Gradient)의 사용 여 부에 따라 민감도 기반의 최적설계(Gradient-based Design Optimization)와 탈민감도 기반의 최적설계 (Gradient-free Design Optimization)로 분류할 수 있 다. 민감도 기반의 최적설계에서는 최적해 탐색을 위 해 민감도를 이용하며, 정확한 민감도를 계산할 수 있다면 설계 공간 내에서 효율적인 지역적 탐색을 통해 지역 최적해를 찾을 확률이 높다. 하지만 목적 함수가 해석적인 함수인 경우를 제외하고 일반적인 공학 문제에서 민감도를 정확하게 계산하기 쉽지 않 다. 이를 해결하기 위해 Adjoint 기법, 자동미분법 (Automatic Differentiation)을 활용한 민감도 기반의 최적설계 연구들이 진행되었다. 특히 Adjoint 기법은



# Fig. 1. Framework of shape optimization for minimizing ice accretion

유동해석자와 긴밀한 연계가 요구되지만, 설계변수의 개수가 많을 경우에도 민감도를 효율적으로 계산할 수 있는 특징이 있다. 탈민감도 기반의 최적설계는 모든 설계 공간에 대해 전역적 탐색을 수행함으로써 전역 최적해를 도출할 가능성이 높다. 대표적인 방법 으로 인간의 유전자 진화론이 기원이고 수학적 확률 이론 기반의 유전자 알고리즘이 있다. 확률론적 접근 방식에 근거하여 설계 공간이 크고 복잡할지라도 반 복적인 탐색을 통해 전역 최적점을 도출할 가능성이 높다. 따라서 본 연구에서는 다중 익형 결빙에 대한 반응면의 비선형성과 복잡성을 사전에 판단하기 어 려워 국소 최적점에 수렴할 우려가 적은 보편적인 유전자 알고리즘을 활용하였다. 하지만 유전자 알고 리즘에서도 목적함수를 계산하기 위해 매번 고 정확 도의 전산 유동 해석을 반복적으로 수행한다면 계산 자원 소모가 매우 크다. 따라서 본 연구에서는 Fig. 1과 같이 샘플링 점들에 대한 전산해석 결과를 기반 으로 구성된 크리깅 근사모델을 이용하여 목적함수 의 평가를 대체하고, 전역 탐색 능력이 우수하다고 알려진 유전자 알고리즘을 통해 최적해를 탐색하였다.

#### 2.3.1 유전자 알고리즘(Genetic Algorithms)

유전자 알고리즘은 세대(Generation)수를 거듭함에 따라 우수한 개체(Population)는 살아남는 인간의 유 전자 진화론을 기반으로 개발되었다. 열등한 개체는 소멸하거나 다른 개체들로 대체되는 반복과정을 통해 우수한 최적해를 탐색한다. 개체들은 이전 세대에서 살아남은 개체들과 다시 한 세대를 구성하여 서로 간 의 비교우위를 통해 다음 세대로 진화할 개체들만 선 택된다. 이처럼 알고리즘은 일정 확률로 설계 공간 내의 위치한 임의의 개체를 선택하는 과정을 통해 전 역적 탐색을 수행한다. 하지만 유전자 알고리즘이 개 체 간의 비교우위를 판단하기 위해서는 세대마다 선 택된 개체에 대한 목적함수 평가가 이루어져야 한다. 따라서 만약 목적함수 평가로 고 정확도의 전산 유동 해석이 수반되어야 하는 설계 문제에서는 현실적으로 유전자 알고리즘을 적용하기 힘들다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 많은 연구자는 유전자 알고리즘과 함 께 목적함수 평가를 대체할 근사모델 기법을 사용한 다. 본 연구에서는 유전자 알고리즘의 최대 세대수와 매 세대 개체 수는 각각 500세대, 100개체이며 돌연변 이 확률은 3%로 선정하였다. 매 세대 목적함수 평가 를 대체하기 위해 크리깅 근사모델을 이용하였다.

#### 2.3.2 크리깅 근사모델(Kriging Surrogate Model)

본 연구에서는 다중 익형의 결빙 증식량 최소화 설계를 수행하기 위해 Design and Analysis of Computer Experiments(DACE)의 크리깅 근사모델을 사용하였다[26]. 식 (8)은 전역적 근사화를 위한 크리 깅 근사모델  $y(\mathbf{x})$ 를 나타내었다.

$$y(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{x}) + z(\boldsymbol{x}) \tag{8}$$

이때  $f(\mathbf{x})$ 는  $\mathbf{x}$ 의 함수이고,  $z(\mathbf{x})$ 는 가우스 분포를 따르는 평균이 0이며, 분산이  $\sigma^2$ 인 분포를 가지는 확 률변수이다.  $f(\mathbf{x})$ 는 상수  $\beta$ 로 둘 수 있으므로 식 (8) 은 식 (9)와 함께 쓸 수 있다.

$$y(\boldsymbol{x}) = \beta + z(\boldsymbol{x}) \tag{9}$$

또한  $\hat{y}(\boldsymbol{x})$ 를 근사모델이라 정의하면  $y(\boldsymbol{x})$ 와  $\hat{y}(\boldsymbol{x})$ 사이의 에러가 최소화될 때  $\hat{y}(\boldsymbol{x})$ 는 식 (10)과 같이 된다.

$$\hat{y}(\boldsymbol{x}) = \hat{\beta} + \boldsymbol{r}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{y} - \hat{\beta}\boldsymbol{f})$$
(10)

β은 β의 추정치이며 R<sup>-1</sup>는 상관행렬인 R의 역수
를 의미한다. r은 상관벡터이고, y는 n<sub>s</sub>샘플 데이터
를 가진 관측 데이터를 의미한다. f는 이것들의 n<sub>s</sub>개
의 성분이 모두 1인 벡터이다. 상관벡터는 식 (11)과
같이 표현할 수 있다.

$$R(x^{i}, x^{k}) = \exp\left[-\sum_{i=0}^{n} \theta_{i} \left|x_{i}^{j} - x_{i}^{k}\right|^{2}\right]$$
(11)

이때 n은 설계변수의 수이고, θ<sub>i</sub>는 i번째 설계변수 에 상응하는 i번째 매개변수를 의미한다. 본 연구에 서는 6개의 매개변수들을 사용하였으며, 상관벡터는 식 (12)와 같이 된다.

$$r(\boldsymbol{x}) = [R(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x^{(1)}}), \cdots, R(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x^{(n_o)}})]^T$$
(12)

여기서  $n_s$ 는 표본점의 수이며, 최대 우도 함수 (Maximum Likelihood Function) L은 식 (13)과 같 이 정의된다.

$$L(y;\theta,\beta,\sigma^2) = \frac{(2\pi\sigma^2)^{-n/2}}{\sqrt{|R|}} e^{\left[-\frac{(y-\beta \mathbf{f})^T \mathbf{R}^{-1}(y-\beta \mathbf{f})}{2\sigma^2}\right]}$$
(13)

미분한 로그 우도 함수는 β와 σ가 포함된 식 (13) 으로부터 정의되며 0과 같게 한다.  $\hat{\beta}$ 과  $\hat{\sigma}^2$ 을 결정하 여 다음 식 (14)와 (15) 같이 표현된다.

$$\hat{\beta} = (f^T R^{-1} f)^{-1} f^T R^{-1} y \tag{14}$$

$$\widehat{\sigma^2} = \left[\frac{(y - \widehat{\beta}f)^T R^{-1} (y - \widehat{\beta}f)}{n_s}\right]$$
(15)

이때  $\hat{\beta}$ 과  $\hat{\sigma^2}$ 은 매개변수  $\theta_i$ 의 함수이며, 매개변수 가 결정되었을 때 근사화 모델은 구성된다.

# Ⅲ. 전산해석 검증 및 최적설계 정의

# 3.1 전산해석 기법 검증

본 연구에서는 상용 소프트웨어인 FENSAP-ICE의 FENSAP 모듈을 사용하였다. 유동장 및 결빙 증식 해석 기법을 검증하기 위해 NASA의 Glenn's Icing Research Tunnel(IRT)에서 수행된 결빙 풍동시험 데 이터[11]와 시뮬레이션 결과를 비교하였다. 결빙 풍 동시험에서 사용된 다중 익형의 형상은 Fig. 2에 나 타냈으며, Table 1은 다중 익형 형상을 정의하는 매 개변수의 값을 나타내었다. Gap은 Slat, Flap과 Main Element 사이의 최단 거리이며, Overhang은 x축 기 준으로 수평거리이다. Deflection Angle을 제외한 변 수들은 에어포일의 시위길이(c)의 비율로 나타내었다.

Table 2와 같이 유동 조건은 NASA의 실험에서 수행 한 값과 동일하게 표준 대기압에서 마하수 0.26, 대기 온도 268.2 K, 받음각 8°, MVD 20 µm, LWC 0.6 g/m<sup>3</sup> 적용하였다. 총 노출 시간 6분으로 설정하였고 실제 구름 조건과 유사한 결과를 제시하는 Langmuir D 분 포를 적용하여 결빙 증식 시뮬레이션을 수행하였다.

다중 익형에 대한 전산해석을 수행하기 위해 O-type 격자 구성을 사용하였으며, 전체 계산 격자계의 크기 는 시위 길이 기준으로 40배로 설정하였다. 외부 경계 조건으로는 Pressure Far Field를 사용하고 벽면 조건 으로는 Non-Slip 조건을 적용하여 점성 효과를 고려하 였다. 벽면 근처 경계층 유동을 모사하기 위해 첫 층의



Fig. 2. Design variables of multi-element airfoil

Table 1. Geometry description of multi-element airfoil

	Baseline	
Chord length	0.8128 m	
Span length	0.1 m	
Slat angle	30°	
Flap angle	30°	
Slat gap	2.95% c	
Flap gap	1.25% c	
Slat overhang	2.5% c	
Flap overhang	0.25% c	

Table 2. Flow conditions

Pressure	101,325 Pa	
Mach number	0.26	
Temperature	268.2 K	
Angle of attack	8°	
MVD	20 µm	
LWC	0.6 g/m <sup>3</sup>	
Time	6 min	

격자에는 y+ 값 1을 적용하였고, 프리즘 형태의 격자 를 55층 쌓아 올렸다. 총 격자수는 약 68만 개로 구성 되었고 전체적인 격자의 형상은 Fig. 3에 나타내었다.

결빙 시뮬레이션을 통해 예측한 Slat, Main Element, Flap에서의 결빙 증식 형상을 결빙 풍동시험 결과 와 비교 결과를 Fig. 4에 나타내었다. 결빙 풍동시험 결과와 해석 결과를 비교하였을 때 Slat과 Main Element는 앞전에서 결빙이 가장 두껍게 증식되었고 전반적으로 결빙의 Horn의 높이와 생성 위치가 시험 결과와 유사한 경향성을 보이는 것은 확인하였다. 하 지만 Slat의 x/c = -0.096 지점과 Main Element의 x/c = 0.045 지점에서 결빙 Horn의 최대 높이의 차이 를 확인하였다. Fig. 4(c)에서 Flap은 아랫면에 전반적 으로 결빙 증식 형상이 시험 결과와 유사하게 형성되



Fig. 3. Computational grid system for multi-element airfoil



Fig. 4. Validation of ice accretion on multi-element airfoil

어 있지만, 앞전 부근에서 결빙 증식 위치 예측에 오 차가 발생하였다. 이를 통해 본 연구에서 적용한 결빙 시뮬레이션 기법이 다중 익형에서 발생하는 결빙 형 상을 비교적 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다.

#### 3.2 최적설계 문제 정의

본 연구에서는 항공기가 이착륙 시 운용되는 받음 각 8° 조건에서 결빙 증식량을 최소화하기 위한 다중 익형의 최적 형상을 탐색하였다. 목적함수는 받음각 8°에서 총 결빙 증식량 최소화로 선정하였다. 설계변 수는 Slat과 Flap의 전개 형상을 정의하는 Deflection Angle, Gap, Overhang을 포함하여 총 6개를 선정하 였고 전체적인 최적설계 문제는 Table 3과 같이 정의 할 수 있다. 설계변수의 범위는 Table 4에 나타내었으 며 Baseline 기준으로 전개 각도는 Slat과 Flap 모두 동일하게 ±5°로 설계 범위를 선정하였고, Slat의 Gap 과 Overhang은 각각 ±0.2%, Flap의 Gap과 Overhang은 각각 ±0.4% 범위로 변하도록 설정하였다.

Table 3. Definition of optimization problem

Minimize	$I = m_{ice}$ at $\alpha = 8°$
By varying	$\delta_{\mathit{Sat},l} \leq \delta_{\mathit{Sat}} \leq \delta_{\mathit{Sat},u}$
	$\delta_{\mathit{Flap},l} \leq \delta_{\mathit{Flap}} \leq \delta_{\mathit{Flap},u}$
	$Gap_{Sat,l} \leq Gap_{Sat} \leq Gap_{Sat,u}$
	$Gap_{Flap,l} \leq Gap_{Flap} \leq Gap_{Flap,u}$
	$OH_{Sat,l} \leq OH_{Sat} \leq OH_{Sat,u}$
	$OH_{Flap,l} \leq OH_{Flap} \leq OH_{Flap,u}$

ables
ļ

	Lower Bound	Baseline	Upper Bound
$\delta_{Slat}$	25°	30°	35°
$\delta_{Flap}$	25°	30°	35°
$Gap_{Slat}$	2.75% c	2.95% c	3.15% c
$Gap_{Flap}$	0.85% c	1.25% c	1.65% c
OH <sub>Slat</sub>	2.3% c	2.5% c	2.7% c
OH <sub>Flap</sub>	-0.25% c	0.25% c	0.65% c

#### Ⅳ. 최적설계 결과

# 4.1 최적설계 결과 및 형상

크리깅 근사모델 구현을 위해 설계 공간 내의 초 기 실험점은 라틴방격법(Latin Hypercube Sampling) 을 통해 임의로 90개를 추출하였다. 추출된 실험점들 에 대해 고 정확도의 전산 유동 해석과 결빙 증식 해석을 수행하여 결빙 증식량을 계산하였다. 설계 공 간 내의 대표적인 실험점들을 활용하여 임의의 전개 형상에 대해 결빙 증식량을 예측할 수 있는 크리깅 근사모델을 생성하였다. 크리깅 근사모델은 보간법을 기반으로 실제 함수를 근사하므로 측정된 함숫값을 비교적 정확하게 표현할 수 있다. 생성된 근사모델을 이용하여 미지의 지점에서의 결빙 증식량을 정확하 게 추정하기 위해서는 설계 공간을 정확히 모사하는 근사모델을 구현하는 것이 중요하다. 크리깅 근사모 델은 실험점을 추가하게 되면 추가된 실험점을 기반 으로 새로운 보간을 통해 근사모델의 국부적인 정확 도가 향상된다. 초기 실험점을 통해 구성된 크리깅 근사모델에 새로운 실험점을 추가하는 것이 가능하 므로 근사모델의 정확성을 높이기 위해 Adaptive 실 험계획법을 적용하였다. 최적 후보점에 대해 크리깅 근사모델의 예측값과 전산 시뮬레이션 결과를 비교 함으로써 최적화 과정의 타당성을 검증하고 반응면 의 성숙도를 판단하였다. 본 연구에서는 초기 실험점 90개 이외에 5개의 실험점을 추가하였다. 구현한 크 리깅 근사모델에 대해서는 임의의 실험점 30개를 생 성하여 Cross Validation을 수행하여 예측 정확성을 검증하였다. 실험점 30개에 대한 크리깅 근사모델에 서 예측한 결과와 전산해석을 통해 얻은 결과를 비 교하였을 때, 평균 0.9% 오차가 발생했다. 실험점 중 최소 오차는 0.02%, 최대 오차는 5.8%가 발생하였으 며, 최대 오차의 경우 반응면의 경계에 위치하는 값 임으로 상대적으로 오차가 크게 발생했다.

Baseline Airfoil과 Optimized Airfoil의 형상을 Fig. 5에서 비교하였고 최적점의 구체적인 설계변수 값은 Table 5에 정리하였다. Fig. 6은 크리깅 근사모델과



Fig. 5. Shape comparison between baseline and optimized multi-element airfoil

	Baseline	Optimized
$\delta_{Slat}$	30°	31.5118°
$\delta_{Flap}$	30°	33.8810°
$Gap_{Slat}$	2.95% c	2.75% c
$Gap_{Flap}$	1.25% c	0.97% c
OH <sub>Slat</sub>	2.5% c	2.7% c
$OH_{Flap}$	0.25% c	0.44% c





Fig. 6. Convergence history of genetic algorithm

유전자 알고리즘을 이용하여 최적점을 탐색한 결과이 다. 유전자 알고리즘의 최대 세대수와 매 세대당 개체 수가 각각 500세대, 100개체를 적용하였을 때 최적점 에 빠르게 수렴하는 것을 확인할 수 있었다. 유전자 알고리즘을 통해 탐색한 최적점의 목적함수 값은 121.3912 g이었고 동일한 최적점에 대해 FENSAP-ICE 전산해석으로 예측한 결빙 증식량은 121.2 g으로 약 0.15%의 오차가 발생했다.

# 4.2 Clean 상태에서의 유동장 해석 결과

검증연구와 동일한 유동 조건에서 Baseline Airfoil 과 Optimized Airfoil에 대해 액적이 없는 유동장 해



Fig. 7. Comparison of the lift coefficients between baseline and optimized multi-element airfoil



Fig. 8. Comparison of the drag coefficients between baseline and optimized multi-element airfoil

석을 수행하였고, 공력 특성을 비교 분석하였다. Fig. 7과 Fig. 8은 Clean 상태에서 유동해석을 수행하였을 때, Baseline Airfoil과 Optimized Airfoil에 대한 양 력 계수과 항력 계수에 대한 비교 그래프이다. Fig. 7 에서 보이듯이 두 Airfoil의 양력 계수는 유사한 경향 성을 보인다. 받음각 12°에서 약 3%로 가장 큰 오차 가 발생하였다. 항력 계수의 경우 측정한 모든 받음각 에서 Optimized Airfoil이 높은 것을 확인하였다. 이 는 최적화된 형상의 Slat과 Flap의 전개 각도가 증가 하였기 때문에 발생한 차이라고 판단된다. 공력 계수 특성뿐 아니라 Baseline Airfoil과 Optimized Airfoil의 압력분포도 비교하여 Fig. 9에 나타내었다. Baseline Airfoil의 Slat과 Main Element 사이 압력이 Optimized Airfoil보다 약 4,000Pa 정도 높은 것으로 확 인되었다. 이는 Optimized Airfoil의 Slat Gap이 Baseline Airfoil 대비 약 0.02% 감소하였고, Overhang 은 약 0.02% 커지면서 Slat과 Main Element 사이의 공간이 변화하였다. 이로 인해 유동도 함께 변화하였 고, 그 결과 유동의 속도가 느려졌기 때문에 압력 차



Fig. 9. Comparison of the pressure field between baseline and optimized multi-element airfoil

이가 발생한 것으로 판단된다. 기존 대비 압력분포의 변화가 발생하였고, 유동의 속도 및 2차 Separation Bubble이 생성되어 공력 특성도 변화하였다. Main Element 뒷전 아랫면에 급격한 형상 변화로 인해 Separation Bubble이 발생하였다. Main Element와 Flap 사이에서는 Optimized Airfoil의 Flap Gap이 기 존 대비 0.28%로 감소하였고, Overhang은 0.19% 증가 하여 유동량이 변화한 것을 확인하였다. 기존 대비 압 력분포 및 유동량이 변화하였기 때문에 액적의 축적 률과 결빙의 형상 및 영역이 변화할 것으로 판단된다.

#### 4.3 액적장 및 결빙 해석 결과

FENSAP-ICE의 DROP3D 모듈을 이용하여 액적장 을 해석한 후 ICE3D 모듈을 통해 결빙 증식 해석을 수행하였다. Fig. 10은 Baseline Airfoil과 Optimized Airfoil의 축적률과 결빙 증식 형상을 나타낸 것이다. 축적률은 결빙 증식 형상을 결정하는 데 직접적인 영 향을 미치는 요인이기 때문에 액적장 해석을 통해 축 적률을 분석하였다. Fig. 10(a)와 (b)의 축적률은 앞전 부근에서 최댓값이 나왔으며, Fig. 10(c)의 축적률은 Slat과 Main Element와 달리 Flap에 전반적으로 분포 되어 있고, 특히 앞전와 뒷전 부근에서 높은 축적률을 보였다. 액적장 해석은 유동 해석 기반으로 수행되기 때문에 받음각에 의해 앞전에 유동이 직접적인 영향 을 받은 것으로 보이고, 정체점이 앞전에서 발생하였 기 때문에 액적 축적률이 앞전 부근에 집중되었다. Fig. 10을 통해 기존 형상 대비 Optimized Airfoil의 축적률 최댓값이 Slat은 약 2%, Main Element는 약



(c) Flap



36%, Flap은 약 25% 감소한 것을 확인할 수 있었다. 특히 Main Element에서 가장 큰 차이를 보이는데, 이는 유동장 해석에서 확인하였듯이 Slat의 위치에 따 른 압력분포의 변화로 인해 발생하였음을 나타낸다.

결빙 형상의 경우 Fig. 10(a)의 Slat에서 축적률 변 화가 크지 않고, 위치에 따른 변화만 나타났기 때문 에 전반적인 결빙 형상은 유사하며, 앞전 부근에서 Baseline Airfoil의 결빙 최대 두께는 약 0.0066m이며 Optimized Airfoil은 약 0.007m로 근소하게 증가하였 다. (b)의 Main Element는 결빙이 증식한 위치는 유 사하나 축적률의 차이만큼 결빙의 크기와 두께가 줄 었으며, 최대 두께는 약 26% 감소한 것을 확인하였 다. (c)의 Flap의 경우 앞전에서 Baseline Airfoil 대비 최대 두께가 약 25% 감소하였고, 앞전을 제외한 영역 에서는 유사한 결빙 형상을 확인하였다.

Slat과 Flap의 전개 각도와 위치의 변화에 따라 결 빙의 생성 위치 및 최대 두께가 달라짐을 확인하였 다. Baseline Airfoil의 총 결빙 증식량은 131.6 g이며, Optimized Airfoil은 121.2 g으로 약 8% 감소하였다.





Fig. 11. Comparison of the pressure field between baseline and optimized multi-element airfoil

#### 4.4 Iced 상태에서의 유동장 해석 결과

Baseline Airfoil과 Optimized Airfoil의 결빙 증식 후의 압력분포를 Fig. 11에 나타내었다. 결빙이 증식되 어 유동이 Slat의 표면을 매끄럽게 흘러가지 못하고 Slat 윗면에 Separation Bubble이 생성되었다. Separation Bubble이 생성된 부분은 주위 유동에 비해 상대적으로 낮은 압력분포가 형성되었고, 이로 인해 양력이 감소 하였고 항력이 증가하였다. 결빙 증식 이후 Baseline Airfoil과 Optimized Airfoil의 공력 성능을 비교 분석 하였을 때, Baseline Airfoil보다 Optimized Airfoil의 결빙 증식량이 8% 감소하면서 양력이 증가했지만, 항 력도 다소 증가하여 결과적으로 양항비가 약 6% 감소 했다. 이는 결빙 증식량을 최소화 설계 과정에서 공력 특성에 대한 제약 조건을 강하게 설정하지 않아 양항 비가 감소한 결과가 도출되었다. 이 점은 현재 연구의 한계점이며, 추후 공력 특성에 대한 제약 조건을 추가 한 결빙 최소화 설계 연구를 진행할 계획이다.

# Ⅴ.결 론

본 연구에서는 다중 익형의 결빙 증식량 최소화를 위해 크리깅 근사모델과 유전자 알고리즘을 활용하 여 형상 최적화를 수행하였다. 먼저 다중 익형에 대 한 결빙 풍동실험과 전산해석 결과를 비교하여 결빙 증식 예측 기법의 정확성을 검증하였다. Slat과 Flap의 전개 각도 및 위치를 정의하는 형상변수 6개를 설계 변수로 선정하고 라틴방격법을 통해 초기 실험점 90 개를 추출하고 Adaptive 실험점 5개를 추가함으로써 크리깅 근사모델의 정확성을 높였다. 설계변수에 따른 목적함수인 결빙 증식량을 계산하기 위해 유동장, 액 적장, 결빙 증식 해석을 수행하였다. 전산해석 결과를 바탕으로 구성된 크리깅 근사모델과 탈민감도 기반의 최적화 기법인 유전자 알고리즘을 이용하여 최적의 다중 익형 형상을 설계하였다. 최적의 Slat, Flap 전개 각도 및 위치를 적용한 Optimized Airfoil은 Baseline Airfoil 대비 총 결빙 증식량은 약 8% 감소한 결과를 도출하였다. 결빙 증식에 큰 영향을 미치는 요소인 축 적률을 분석하였을 때 Optimized Airfoil 중 Main Element에서 가장 많이 감소함을 확인하였다.

형상 최적설계 목적함수로 결빙 증식량 최소화만을 고려한 결과, 결빙 증식량 측면에서는 Baseline Airfoil 대비 감소하였음을 확인하였지만, 공기역학적 성능 면 에서는 한계점을 나타내었다. 다중 익형의 Slat과 Flap 은 날개의 공력 계수를 향상시켜 효율적인 비행을 가 능하게 하는 고양력 장치이다. 따라서 목적함수인 결 빙 증식량 이외에도 다중 익형에서 중요한 결과인 공 력 계수를 함께 고려한 다목적 최적화 연구가 수행되 어야 한다. 또는 기존 최적화 문제에서 제약 조건으로 공력 계수를 설정함으로써 Slat과 Flap의 전개 각도 및 위치를 제한할 수 있다. 제약 조건을 설정한다면 본 연구보다 Slat과 Flap의 전개 각도가 줄어들 것이 며 이는 축적률 감소에도 영향을 줄 것으로 예상된다. 향후 공력 계수에 대한 제약 조건을 설정한 최적화 문제를 수행하였을 때, 항공기가 대기 중 결빙 환경을 마주했을 때의 Slat과 Flap의 전개 각도 및 위치에 대 한 현실적인 최적 전개 각도와 위치를 도출할 수 있 을 것으로 기대된다. 또한 본 연구에서는 고양력 장치 의 전개 각도 및 위치 변화에 대한 최적화만 수행되 었으나, 추후 고양력 장치 및 에어포일의 형상 자체에 대한 결빙 영향성 저감을 위한 최적화와 3차원 날개 에 대한 최적설계 문제로 확장하고자 한다.

# 후 기

본 연구는 과학기술정보통신부의 재원으로 한국연 구재단의 지원을 받아 수행되었습니다(NRF-2017R1A 5A1015311).

#### References

1) Bragg, M. B., Broeren, A. P. and Blumenthal, L. A., "Iced-airfoil aerodynamics," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 41, No. 5, 2005, pp. 323~362.

 Lynch, F. T. and Khodadoust, A., "Effects of ice accretions on aircraft aerodynamics," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 37, No. 8, 2001, pp. 669~767.
 Raj, L. P., Yee, K. and Myong, R. S., "Sensitivity of ice accretion and aerodynamic performance degradation to critical physical and modeling parameters affecting airfoil icing," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 98, 2020.

4) De Souza, J. R. B., Lisboa, K. M., Allahyarzadeh, A. B., de Andrade, G. J. A., Loureiro, J. B. R., Naveira-Cotta, C. P., Silva Freire, A. P., Orlande, H. R. B., Silva, G. A. L. and Cotta, R. M., "Thermal analysis of anti-icing systems in aeronautical velocity sensors and structures," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 38, No. 5, 2016, pp. 1489~1509.

5) Meier, O. and Scholz, D., A Handbook Method for the Estimation of Power Requirements for Electrical De-Icing Systems, Hamburg University of Applied Sciences, 2010.

6) Ahn, G. B., Jung, K. Y., Myong, R. S., Shin, H. B. and Habashi, W. G., "Numerical and experimental investigation of ice accretion on rotorcraft engine air intake," *Journal of Aircraft*, Vol. 52, No. 3, 2015, pp. 903~909.

7) Van Dam, C. P., "The aerodynamic design of multi-element high-lift systems for transport airplanes," *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 38, No. 2, 2002, pp. 101~144.

8) Cao, Y., Tan, W. and Wu, Z., "Aircraft icing: An ongoing threat to aviation safety," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 75, 2018, pp. 353~385.

9) Board, N. T. S., "Aircraft accient report, comair flight 3272, Embraer EMB-120RT, N265CA," National Transportation Safety Board Report, 1997.

10) Park, M. S., *Aircraft De-Icing System Using Thermal Conductive Fibers*, Ph.D. Dissertation, Embry-Riddle Aeronautical University, 2015.

11) Raj, L. P., Lee, J. W. and Myong, R. S., "Ice accretion and aerodynamic effects on a multielement airfoil under SLD icing conditions," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 85, 2019, pp. 320~333.

12) Petrosino, F., Mingione, G., Carozza, A., Gilardoni, T. and D'Agostini, G., "Ice accretion model on multi-element airfoil," *Journal of Aircraft*, Vol. 48, No. 6, 2011, pp. 1913~1920.

13) Shin, J., Wilcox, P., Chin, V. and Sheldon, D., "Icing test results on an advanced two-dimensional high-lift multi-element airfoil," *Applied Aerodynamics Conference*, 1994.

14) Potapczuk, M. G. and Berkowitz, B. M., "Experimental investigation of multielement airfoil ice accretion and resulting performance degradation," *Journal of Aircraft*, Vol. 27, No. 8, pp. 679~691.

15) Jo, J. H., Raj, L. P., Lee, Y. M., Lee, J. H.

and Myong, R. S., "Computational simulation of flows over a ridge iced airfoil using RANS and LES," *Journal of Computational Fluids Engineering*, Vol. 24, No. 3, 2019, pp. 8~18.

16) Lee, C. H., Sin, S. M., Jung, S. K., Myong, R. S., Cho, T. H., Jung, J. H. and Jeong, H. H., "Icing effects on aerodynamic characteristics of the main wing section of KC-100 aircraft," *Proceeding of The Korean Society of Computational Fluids Engineering Spring Conference* 2010, 2010, pp. 464~467.

17) Besnard, E., Schmitz, A., Boscher, E., Garcia, N. and Cebeci, T., "Two-dimensional aircraft high lift system design and optimization," AIAA Paper 98-0123.

18) Kanazaki, M., Tanaka, K., Jeong, S. and Yamamoto, K., "Multi-objective aerodynamic optimization of elements' setting for high-lift airfoil using kriging model," AIAA Paper 2006-1471.

19) Kim, S., Alonso, J. and Jameson, A., "Design optimization of high-lift configurations using a viscous continuous adjoint method," AIAA Paper 2002-0844.

20) Eyi, S. İ. N. A. N., Lee, K. D., Rogers, S. E. and Kwak, D., "High-lift design optimization using Navier-Stokes equations," *Journal of Aircraft*, Vol. 33, No. 3, 1996, pp. 499~504.

21) Kim, H. J., Kim, C. S. and Rho, O. H., "A parametric study and optimization study on multielement airfoil," *Journal of Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 26, No. 7, 1998, pp. 18~27.

22) Park, Y. M., Kang, H. M., Chung, J. D. and Lee, H. C., "Optimization of flap shape and position for two-dimensional high lift device," *Journal of Aerospace System Engineering*, Vol. 7, No. 3, 2013, pp. 1~6.

23) Menter, F. R., "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598~1605.

24) Bourgault, Y., Habashi, W. G., Dompierre, J. and Baruzzi, G. S., "A finite element method study of Eulerian droplets impingement models," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 29, No. 4, pp. 429~449.

25) Jin, J. Y. and Virk, M. S., "Study of ice accretion and icing effects on aerodynamic characteristics of DU96 wind turbine blade profile," *Cold Regions Science and Technology*, Vol. 160, pp. 119~127.

26) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., "Design and analysis of computer experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~423.