



희박기체역학 연구 역사, 동향, 주요 문제

(제32회 희박기체역학 국제심포지움 2021년 한국 개최를 맞아)

• 명노신 (경상대학교 항공우주 및 소프트웨어공학 전공) •

I. 희박기체역학 연구 역사

1.1 스푸트니크 이전

공기와 같은 기체를 포함한 유체에 관한 본격적인 이론적 연구는 1822년 Navier의 유체 운동의 법칙에 대한 회고[1], Fourier의 해석적 열전도 이론[2]에 의해 시작되었다고 할 수 있다. 1845년 Stokes의 Bulk 점성계수 무시 가정[3]이 추가되어, 오늘날 Navier-Stokes(-Fourier) (NSF) 방정식으로 불리는 편미분 방정식으로 정립되어 거의 모든 유체의 거동을 묘사하는데 사용되고 있다. 이후 연속체 역학 관점이 아닌 보다 본질적인 물질의 입자 단위 거동에 대한 관심이 증가하여, 1867년 Maxwell의 기체의 동적 이론[4], 1872년 Boltzmann의 기체 분자의 열 평형

에 대한 추가 연구를 통해 미시적 관점에서의 기체의 동적 거동에 관한 Boltzmann 방정식[5]이 정립되었다.

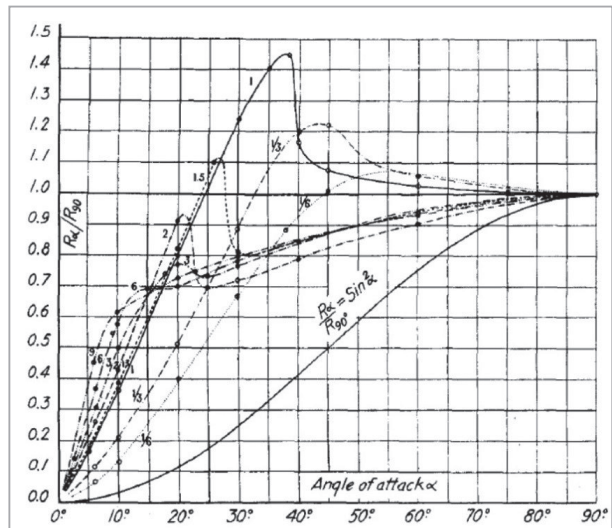
1909년 Knudsen의 관 내부 희박 영역 기체의 분자 흐름 및 내부 마찰 흐름에 관한 연구[6]를 통해 열적 비평형 상태인 희박 기체의 동적 거동은 1차 정확도 선형 구성방정식에 기초한 NSF 이론으로 설명할 수 없음이 밝혀졌다. Knudsen Minimum으로 알려진 이 특이 거동은 압력 구배에 의해 유도되는 관 내부의(무차원) 기체 유량이 특정 희박 수준을 넘어설 경우 최소에 도달한 후 다시 증가하는 것으로 NSF 이론 예측과는 정반대되는 현상을 일컫는다. 이후 물리와 화학 분야에서 Millikan의 속도 Slip 현상 연구[7], Onsager의 선형 비가역 열역학 및 Dissipation 연



● 그림 1 ● 좌) Albert F. Zahm (미국); 중앙) Eugene Sänger (오스트리아); 우) Theodore von Kármán (우, 미국), Hsue-Chu Tsien (钱学森; 또는 Xuesen Qian) (중앙, 중국), Ludwig Prandtl (좌, 독일)

구[8] 등이 기체의 비평형 상태에서의 거동에 관한 이해를 향상시켰다.

1903년 Wright 형제의 지표면 근처에서의 최초 동력비행 이후, 인간의 시선은 지구 대기 상층부를 향하기 시작했다. 그리고 불과 54년 후인 1957년에는 러시아 스푸트니크(Sputnik) 인공위성을 지구 저궤도에 진입시켰다. 이러한 Giant Step의 첫걸음은 1930년대부터 시작했다. 미국의 Zahm(그림 1 좌)이 대표적인 선구자로 1934년 논문 [9]에서 희박 영역인 고고도 비행의 도전을 잘 인식하고 있었다. (“The projected conquest of the stratosphere invites further research in the dynamics of tenuous fluids. In coursing the upper “isothermal” layer space craft and projectiles must obey new or modified laws



Values of ratio R_α/R_{90} for inclined rectangles of different aspect ratios, as found by Eiffel and by discrete-fluid formula $R_\alpha/R_{90} = \sin^2 \alpha$.

In a flow having uniform speed and density v, ρ , a surface element dA , with inclination α to the stream, experiences the rate of mass impact $\rho v \sin \alpha dA$. The change of normal velocity is $v \sin \alpha$ for inelastic, $2v \sin \alpha$ for elastic particles. Hence the normal pressure per unit area is

$$p = \rho v^2 \sin^2 \alpha, \quad \text{or} \quad p = 2\rho v^2 \sin^2 \alpha, \quad (1)$$

and at normal impact $p = \rho v^2$ or $2\rho v^2$.

For elastic particles the pressure-force on the element is

$$dR = 2\rho v^2 \sin^2 \alpha dA; \quad (2)$$

its components along and across stream are

$$dR_x = 2\rho v^2 \sin^3 \alpha dA, \quad dR_y = 2\rho v^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha dA. \quad (3)$$

● 그림 2 ● 상) 평판 유동에 대한 Newton의 Sine Square Law 및 세장비에 따른 Eiffel의 저속 실험 데이터 비교; 하) Newton의 Sine Square Law 유도(Zahm 1934)[9]

of air resistance. These may well be studied in high-vacuum wind tunnels or chambers, under guidance of mathematical theory.”) 그는 1910-14년 Wright 형제와 Curtiss간의 특허 소송에서 증언한 적이 있는 항공 전문가였다. 미국 의회 도서관의 항공부서 책임자로 근무할 때 Superaerodynamics라는 제목으로 고고도 희박 공기역학 논문을 발표하였다.

이 논문에서 Zahm은 1687년 Newton이 유체를 상호작용이 없는 등거리 동일 입자로 가정한 공기 저항 이론[10]이 고고도 희박 초고속 유동의 양력과 항력 계산 문제에 적합하다는 대담한 제안을 하였다. 1934년에는 한 세기 이전에 유도된 NSF 방정식과 1904년에 발표된 Prandtl의 경계층 이론을 통해 유체의 저항에 대한 일반적 설명이 이미 가능했고, 무엇보다도 1922년에는 Prandtl의 제자 중에 한 명인 Munk가 미국 NACA에 근무하면서 Thin-Airfoil 이론을 개발하여 평판이나 에어포일 공력에 대한 기본적 이해(양력계수 $2\pi \alpha$)는 거의 이루어졌던 점을 감안하면 공기역학 연구 시계를 2세기 반 전으로 돌리고자 하는 무모한 제안이라 할 수 있다. 아니나 다를까 Zahm의 제자로 그림 2를 그렸던 Jones의 회고[11]에 따르면 Zahm의 기념비적 논문은 첫 투고 저널에 리젝트되어 출판에 어려움을 겪었다고 한다. 동시대의 Consensus를 앞서거나 거스르는 제안이 어려움을 겪는 것은 예전이나 지금이나 같다고 할 수 있다.

Zahm이 재발견한 평판에 작용하는 공기력에 관한 Newton의 Sine Square Law와 Drag Polar를 최초로 제안했던 Eiffel의 저속 실험 데이터를 비교해 보면 큰 차이가 남을 알 수 있다(그림 2). 세장비가 줄면 그 차이가 줄어들으나 여전히 상당한 차이가 난다. 이 차이는 당연한 것으로 Zahm이 고려한 희박 초고속 유동과 연속 저속 영역의 이상 유동의 근본적인 물리적 차이(희박도를 나타내는 Knudsen 수와 Mach 수)에 기인한다. Newton의 Sine Square Law를 1940년대 이후에 개발된 보다 정확한 Free Molecular 이론과 비교해 보면 매우 유사함을 알 수 있어, Zahm의 비범한 직관력을 확인할 수 있다.(기체 입자가 고체 벽면에서 Elastic 또는 Specular 형태로 반사할 경우의

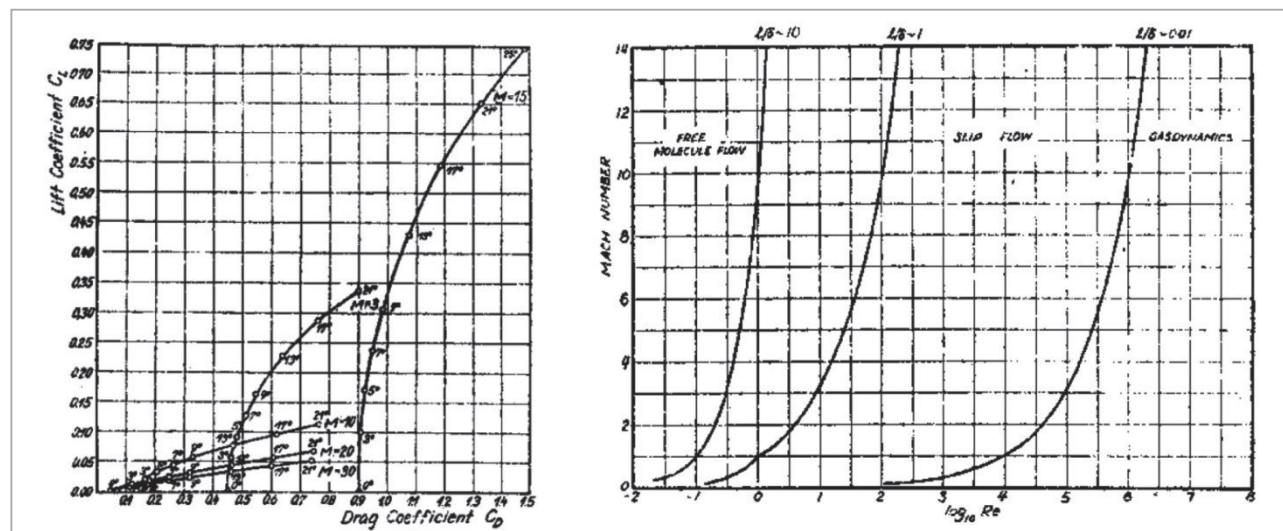
항력계수는 $4\sin^3 \alpha$ 로 동일하며, Inelastic 또는 Diffusive 반사의 경우 $2\sin^3 \alpha$, $2\sin \alpha$ 로 유사하다.)

한편 독일 항공연구소의 Sänger(그림 1 중앙)는 1936년부터 자체 로켓엔진으로 우주의 가장자리까지 상승한 후 곧바로 궤도에 진입하는 것이 아니라 Lifting Body 형상으로 여러 Sub-orbital Hop 비행을 통하여 결과적으로 광대한 거리를 비행하는 Silbervogel(“Silverbird”)라는 신개념의 비행체를 설계하였다. 이 연구는 현대의 X-15와 우주 왕복선 개발에 큰 영향을 끼쳤고, 궁극적으로 Lifting Body 및 Ramjet 기술에도 큰 기여를 했다. 1944년에는 “장거리 폭격기를 위한 로켓 엔진을 통하여”라는 논문[12]을 통해 고도 88km에서 Mach 수 3~30 영역에 대해 Free Molecular 유동 이론으로 평판의 Drag Polar를 계산하였다(그림 3 좌). Mach 수에 따라서 Drag Polar가 급격히 변하는 것을 확인할 수 있다.

Sänger의 Silbervogel 비행체 관련 희박 공기역학 연구는 미국에 적지 않는 영향을 끼쳤고, 1944년부터 연합군에 의해 해방된 독일 지역의 항공국방기술을 파악할 위치에 있었던 Jet Propulsion Laboratory의 von Kármán 과 Tsien(그림 1 우; 좌측부터 von Kármán의 스승인 Prandtl, 미육군 군복 차림의 제자인 Tsien(또는 Qian), 그리고 von Kármán)를 중심으로 고고도 공기역학 연구

가 활발히 이루어졌다. 특히 중국 상하이 Jiaotong 대학을 1934년에 졸업하고 도미하여 von Kármán의 지도 하에 1939년에 Caltech에서 박사학위를 취득했던 Tsien이 1946년 Journal of the Aeronautical Sciences에 발표된 “Superaerodynamics, Mechanics of Rarefied Gases”라는 제목의 논문[13]에서 장거리 로켓 비행체 공력, Slip 유동에서의 점성응력과 경계조건, Burnett 확장 구성방정식 모델, 높은 Mach 수에서의 Free Molecular 유동 특성 등 현 희박공기역학의 기본이 되는 주요 개념들을 망라하였다.

Tsien는 이 논문에서 초고속 희박 유동과 저속 마이크로 스케일 유동의 근본적 차이를 명확하게 인식하고 있었고, 이 이해를 바탕으로 Knudsen 수 하나만을 사용한 통상적 분류가 아닌 두 개의 무차원수(Mach 수 및 Reynolds 수)에 기초하여 기체 유동을 분류하였다(그림 3 우). “The order of magnitude of the additional heat flux or stresses is then $M \times Kn$. That is, the additional terms are only of importance if the product of Mach number and Knudsen number is large. Therefore, for the gas dynamical flow with small mean free path, the ordinary terms suffice. This is also true for the slip flows if the Mach number is small.”(p. 656 [13])



● 그림 3 ● 좌) 희박 및 고속 영역 비행(고도 88km, Mean-Free-Path λ 8.89 cm, 마하수 3~30, 받음각 0~25도) 평판의 Drag Polar 이론 (Sänger 1944)[13]; 우) Mach 수와 Reynolds 수 기반 기체역학 분류 (Tsien 1946)[13]

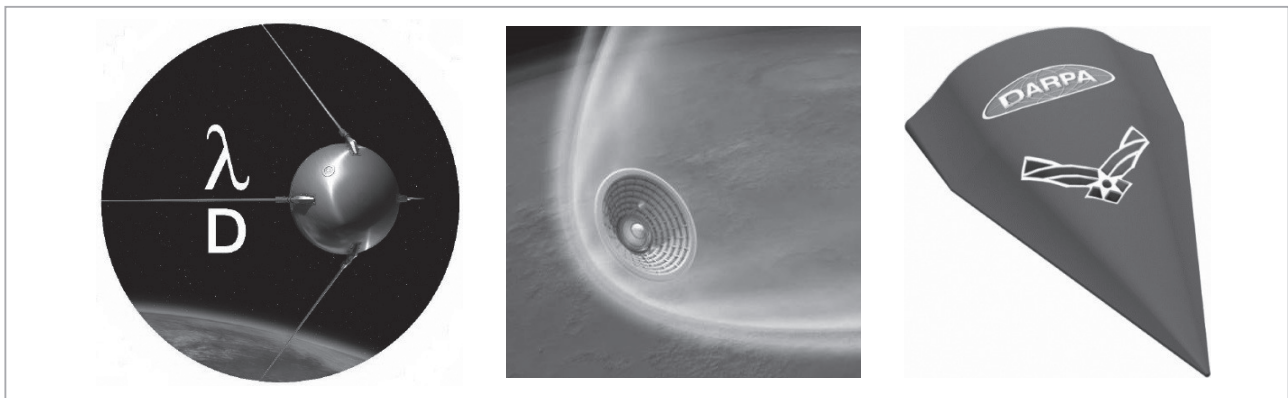
Tsien는 이후 미국과 중국의 적대적 관계가 본격적으로 형성되던 1950년 6월부터 미국 Security Clearance가 취소되어 미국을 떠나 중국으로 향하던 1955년 9월까지 5년여 동안 고고도 비행체 연구에는 참여하지 못하였다. 반면 중국으로 복귀한 후 2009년 사망할 때까지 중국 정부의 절대적인 후원을 받아 Dongfeng 대륙간 탄도 미사일과 Long March 우주 로켓 개발을 성공적으로 이루어 내어 현재 중국 미사일 및 우주 프로그램의 아버지로 불리고 있다.

비슷한 시기에 19세기 후반 Boltzmann에 의해 개발되었던 기체 거동에 관한 운동학적 이론(Gas Kinetic Theory)의 산물인 확률분포함수에 관한 Boltzmann 방정식을 고고도 비행체 공력 이해에 적용하고자 하는 연구가 미국을 중심으로 시작되었다. 1949년 미국 뉴욕대 Courant Institute of Mathematical Sciences의 Grad는 Boltzmann 방정식의 확률분포함수를 Hermite 다항식으로 전개하는 방식으로 희박기체에 관한 운동학적 이론을 개발하였다[14]. 미시세계의 Boltzmann 방정식을 거시세계로 연결시키는 중시적(Mesoscale) 체계를 구축한 것으로 희박기체 뿐만 아니라 플라스마 등 복잡계 시스템 전반에 걸친 이해에 지대한 기여를 하였다. 하지만 이 이론의 주 적용 대상이었던 고고도 비행체 희박 유동 계산 과정 중 비행체 전반부에 형성되는 충격파의 내부 구조 해석에서 수학적 특이성이 발견되어("The solution breaks down completely, and no solution exists for stronger

shocks (specifically, at Mach number $M=1.66$ or pressure ratio $p_1/p_0=3.15$)" (페이지 261-262 [15]), 실제 극초음속 희박 유동에는 적용되지 못했고 2000년대까지 미해결 난제로 여겨져 왔다. 한편 Bhatnagar 등[16]은 Grad가 당면했던 충격파 특이성의 원인인 Boltzmann Collision Integral의 비선형성을 피하는 방식으로 해당 항을 선형화한 소위 BGK 모델을 개발하였다. 선형 가정으로 인한 근본적 한계가 존재하지만, 그 단순성으로 인해 비평형성이 높지 않는 광범위한 문제에 적용되고 있다.

1.2 스푸트니크 이후

1957년 10월 4일에 소련은 Sputnik(스푸트니크) 1호(그림 4 좌) 인공위성을 타원형의 지구 저궤도에 성공적으로 진입시켰다[17]. 스푸트니크 1호의 성공은 미국의 스푸트니크 쇼크를 촉발시켰고, 주요 강대국 사이의 우주 경쟁이 본격적으로 시작되었다. 희박기체역학(Rarefied Gas Dynamics; RGD) 분야에서는 이러한 움직임에 즉각적으로 반응하여 스푸트니크 발사 다음 해인 1958년 프랑스 Nice에서 제1회 희박기체역학 국제심포지움이 개최되었다(조직위원장 Fernand M. Devienne; 이후 매 2년마다 대륙을 돌아가며 개최중임). 이 즈음 고고도 희박 고속 비행체의 공력 계산을 위해 소위 Bridging 기법이라 하여 Sanger에 의해 제안되고 Shaaf 등[18]에 의해 발전된 Free Molecular 이론과 NSF에 기초한 연속 이론을 연결시키는 방식이 주로 사용되었다. 또한 1934년 Zahn이 제



● 그림 4 ● 좌) 러시아 Sputnik 1 (1957년) (RGD 국제심포지움의 로고); 중앙) 미국 NASA IRVE-3 Inflation Reentry System (2012년); 우) 미국 DARPA Hypersonic Technology Vehicle (2010년)

안한대로 High-Vacuum Wind Tunnel 등 각종 대규모 시험시설이 구축되기 시작하였다. 최근에는 이론과 더불어 이러한 시험시설을 각종 우주 탐험 재진입 및 고고도 극초음속 비행체 설계에 활용하고 있다. 이러한 비행체로 미국 NASA IRVE-3 Inflatable Reentry System (2012년)(그림 4 중앙)과 DARPA Hypersonic Technology Vehicle (2010년)(그림 4 우)이 있다.

한편 1960년대부터 국방기술 분야를 중심으로 컴퓨터가 본격적으로 사용되기 시작하였다. 1963년 호주의 Bird는 “Approach to Translational Equilibrium in a Rigid Sphere Gas”라는 제목의 2페이지 Research Note[19]를 Physics of Fluids에 출판하였다. 이 논문에서 Bird는 Silliac 컴퓨터를 사용하여 현재 DSMC (Direct Simulation Monte Carlo)[20]로 알려진 입자 개념의 전산 시뮬레이션의 기본 아이디어를 제시하였다. 그 당시 주류였던 결정론적 미시 분자동역학(Molecular Dynamics; MD) 기법에 정반대인 Monte Carlo라는 확률론적 개념에 기초하고 어떤 편미분 방정식에도 기초하지 않아 1934년 Zahm의 경우와 유사하게 희박기체역학 분야에 그 가치와 효용성이 받아들여지기까지 긴 험난한 과정을 거쳤다. 이 기법은 Boltzmann 방정식이 담고 있는 물리적 메커니즘을 계산 격자 단위에서 구현하고 고속 희박유동 해석의 정확도가 높아 현재 Bridging 기법과 함께 가장 많이 사용되고 있다. 최근에는 화학반응, 복사 열전달 모델 등을 접목시켜 재진입 비행체 등 도전적인 문제에 활발히 적용되고 있다.

공학적 접근과 더불어 1949년 Grad의 Boltzmann 방정식 기반의 희박기체에 관한 운동학적 이론을 발전시키는 연구가 계속 이어져 오고 있다. Truesdell 등의 Maxwell 형 기체 입자에 관한 수학적 연구[21]와 Cercignani의 Boltzmann 방정식과 적용, 경계조건에 관한 수학적 연구[22]가 대표적이다. 또한 Eu[23,24]는 Boltzmann Collision Integral과 비가역 열역학이 불가분의 관계가 있음을 인지하여 Boltzmann 방정식에서 시작하여 열역학 충족 일반유체역학 체계를 개발하였다. 로그함수 형태의 Boltzmann 엔트로피에 착안하여 Grad의 다항식 형태가

아닌 지수 형태인 Cumulant 기반으로 확률분포함수를 전개하여 열역학 2법칙을 모든 차수에 대해 충족시키도록 유도하였다.

II. 희박기체역학 연구 국내외 동향

2.1 고고도 고속 희박 공기역학

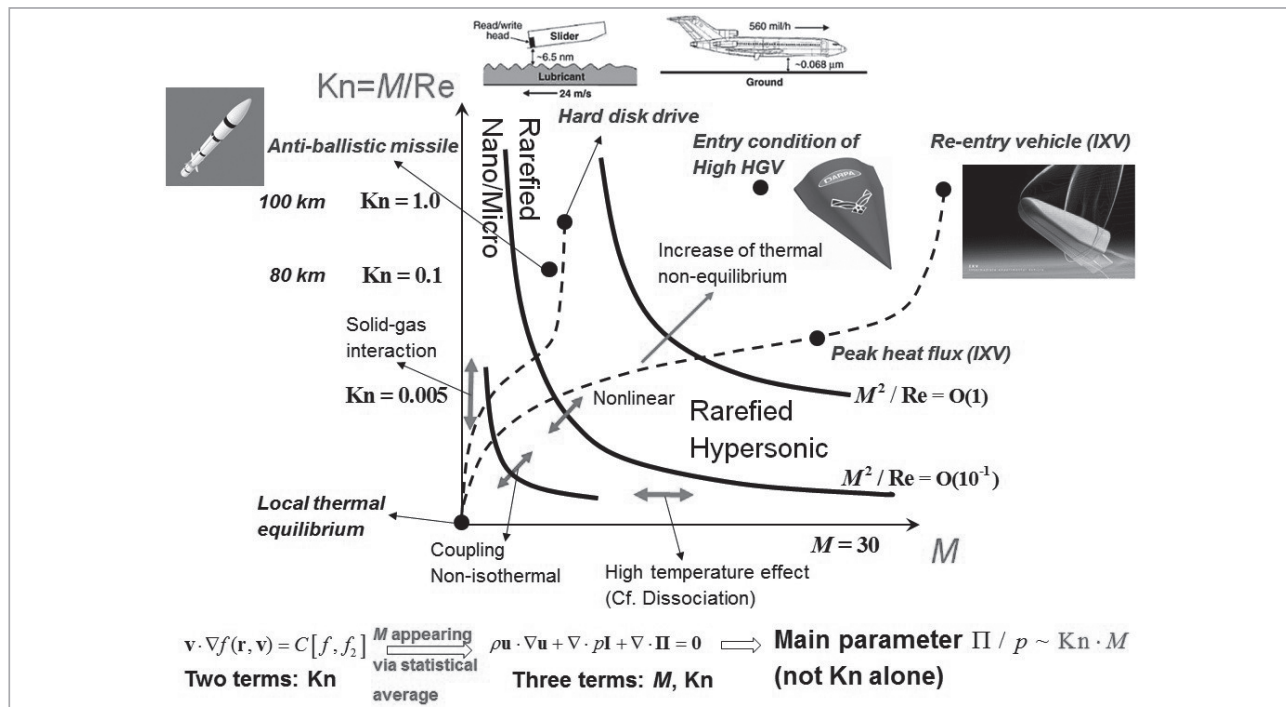
희박기체역학의 가장 대표적인 적용 분야는 1934년 Zahm이 Superaerodynamics로 명명한 고고도 고속 희박 공기역학이라 할 수 있다. 고고도 고속 비행체를 포함한 희박기체역학이 관련되는 주요 시스템의 유동을 1946년 Tsien이 사용했던 Knudsen 수(고도를 나타냄)와 Mach 수(속도를 나타냄)를 사용하여 분류하면 그림 5와 같이 나타낼 수 있다. Mach 수와 Knudsen 수의 곱(점성력/압력)으로 측정되는 비평형도는 재진입 비행체가 가장 높고, High Hypersonic Glider Vehicle(HGV), 컴퓨터 하드 디스크 드라이브, Anti-Ballistic Missile 순이다. 재진입 비행체의 경우 최대 열유속이 주로 발생하는 60~65km 고도 부근에서 여전히 비평형도가 높아 준평형 가정에 기초한 NSF 이론으로는 해석에 한계가 존재하는 것을 알 수 있다. 이는 동일 고도라도 Mach 수가 높으면 비평형도가 비례하여 증가하는 것과 관련이 있다.

현재 고고도 비행체 공력 계산에는 매우 높은 고도에서는 DSMC 또는 Free Molecular 이론, 낮은 고도에서는 NSF 기법을 사용하여 계산한 다음 접합시키는 Bridging 기법이 주로 사용된다. 하지만 Bridging 기법은 양력, 항력에 비해 피칭 모우먼트와 열유속 예측은 정확도가 떨어져 1차 정확도 NSF를 희박 영역까지 동시에 해석할 수 있는 2차 정확도 구성방정식의 개발이 절실하다. 이러한 연속과 희박 유동 사이의 Gap을 채우기 위해 이론적 접근과 더불어 1960-70년대에 강대국을 중심으로 다수의 극초음속 지상 시험시설이 구축되었다. 미국 Princeton 대학의 N-3, 독일 DLR의 VxG 및 HEG, 프랑스의 CNRS의 SR3, 영국 Oxford 대학의 HS3, 러시아 ITAM의 T-327, 호주 Queensland 대학의 T4, 미국 Caltech의 T5, 일본 JAXA의 HIEST 등이 대표적이다. 그림 6은 2018년 독일의

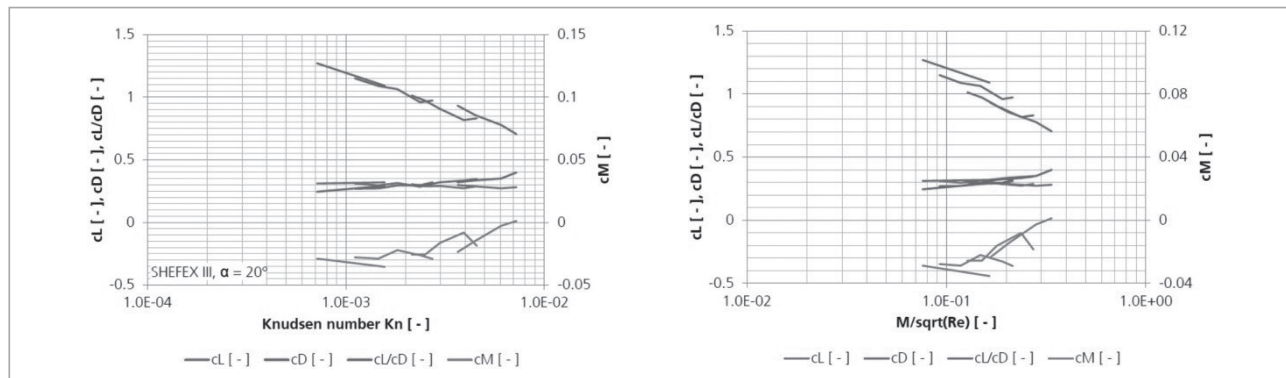
Schlegat[25]이 VxG 시설을 이용하여 재진입 비행체 형상의 공력계수에 대한 희박도 효과를 측정된 결과를 보여 준다. 양력계수, 항력계수, 양항비에 비해 피칭 모우먼트 계수가 희박도(Kn), 비평형도(M/\sqrt{Re}) 변화에 따른 값의 불확실성이 상당히 크음을 확인할 수 있다. 이는 Bridging 기법의 피칭 모우먼트 예측 부정확성과 관련이 있다고 할 수 있다.

한편 미사일의 생존성과 효과도를 대폭 향상시킬 목적으로 최근 미국, 러시아, 중국을 중심으로 High Hypersonic

Glider Vehicle와 같은 고고도 극초음속 글라이딩 또는 자체추진 비행체와 Anti-Ballistic Missile을 군사목적으로 활발히 개발하고 있다. 이러한 비행체는 재진입 비행체의 Mach 수보다는 낮지만, 여전히 상당한 수준의 비평형도($Kn \times M = \text{점성력/압력}$)를 보여주어 이론적 접근이 까다롭고 보다 높은 성능의 시험시설을 필요로 한다. 특히 양력 및 자체추진 비행의 경우 비행체 자체의 공력 특성뿐만 아니라, 조종면 변화나 추력 및 추력 적용에 따른 공력 계수를 추가로 획득해야 하는 어려움이 있다. 이는 곧바로



● 그림 5 ● Knudsen(고도) 및 Mach 수에 기초한 기체역학 분류 및 대표적 비행체 및 장치



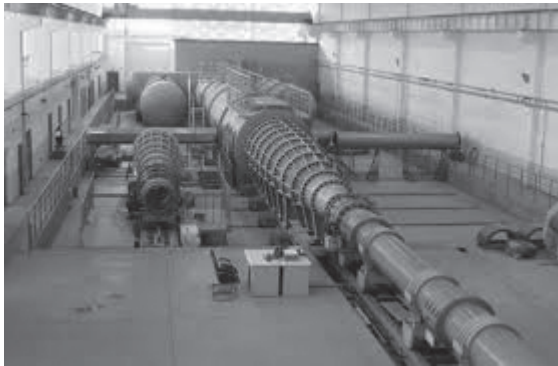
● 그림 6 ● 독일 DLR 실험 데이터: 좌) 순수 열역학 변수 Kn 변화; 우) 속도 포함 변수 M/\sqrt{Re} 변화[25]

Test Section의 크기와 측정 시간의 확대로 이어져 현재 미국과 중국을 중심으로 2010년 이후 다수의 신규 극초음속 시험시설이 구축되고 있다. 이러한 시설들은 기존의 희박 극초음속 유동에 관한 학술적 연구 위주에서 실제로 운용될 비행체 설계(다량의 공력 및 열유속 정보 산출) 및 운용을 염두에 둔 체계개발 목적으로 구축되고 있다.

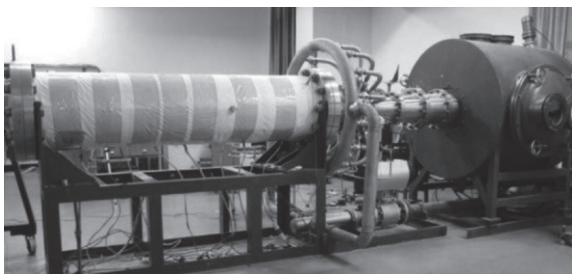
특히 중국의 경우 Tsien이 미국에서 중국으로 귀국 후 다음 해인 1956년에 설립하고 직접 1984년까지 소장으로서 근무했던 북경의 Institute of Mechanics in Chinese Academy of Sciences(IMCAS)에 2012년 그 당시 세계 최대 규모의 JF12 Shock Tunnel을 구축하였다(그림 7 좌)[26]. 고도 25~50km에서 Mach 수 5~9의 극초음속 유동을 130 millisec 이상 관찰할 수 있다. 다시 4년 후인 2016년에는 China Academy of Aerospace Aerodynamics(CAAA)에 현재 세계 최대 규모인 FD21 Shock Tunnel을 구축하여, 고 극초음속 Mach 수 10~15

유동을 최대 50 millisec 동안 시험할 수 있다(그림 7 우). 또한 Shock Tunnel과 작동 방식이 다른 15 sec 동안 Mach 수 6 영역의 공력 및 열유속 측정이 가능한 Quiet Wind Tunnel을 Changsha의 National University of Defense Technology(NUDT)에 구축하였다(그림 8 좌). 이 시설은 학술적 연구뿐만 아니라 실제 운용 극초음속 비행체(Sweet Spot으로 알려진 Mach 수 6) 설계 및 개발을 염두에 둔 것으로 판단된다. 이러한 중국의 적극적 움직임에 대응하여 최근에는 미국도 신규 희박 극초음속 시험시설 구축에 박차를 가하고 있다. 2020년 5월 Purdue 대학은 미공군연구소의 5.9 Million USD 지원을 받아 Mach 8 Quiet Wind Tunnel을 구축할 예정이라고 발표하였다(그림 8 우)[27].

또한 중단거리 및 대륙간 탄도 미사일을 요격하기 위한 지구 대기 중상층부 방어 미사일 시스템에 관한 연구도 이루어지고 있다. 미국의 상층고도(100km 이상,



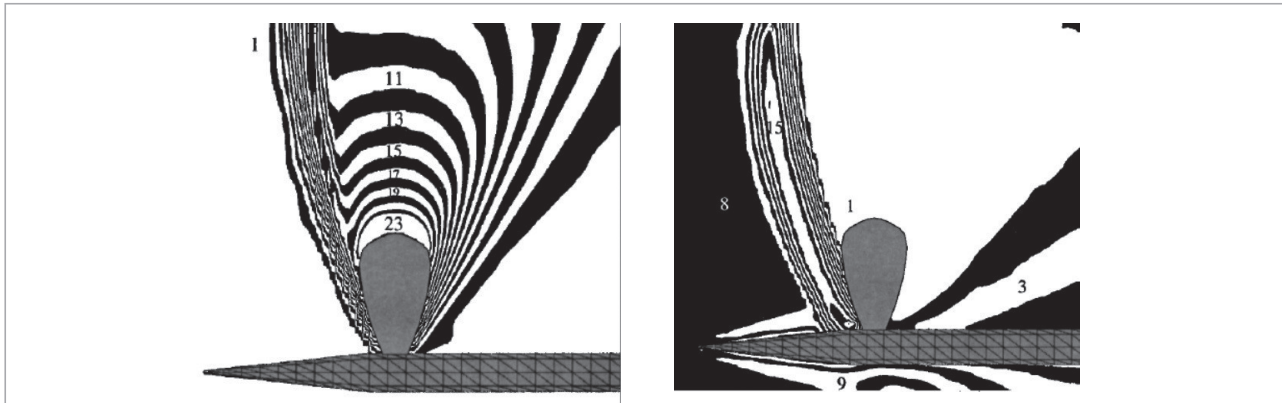
● 그림 7 ● 좌) CAS JF12 (2012; Mach 수 5~9, 고도 25~50km, 130 millisec); 우) 중국 CAAA FD21 (2016; Mach 수 10~15, 50 millisec, 세계 최대)[26]



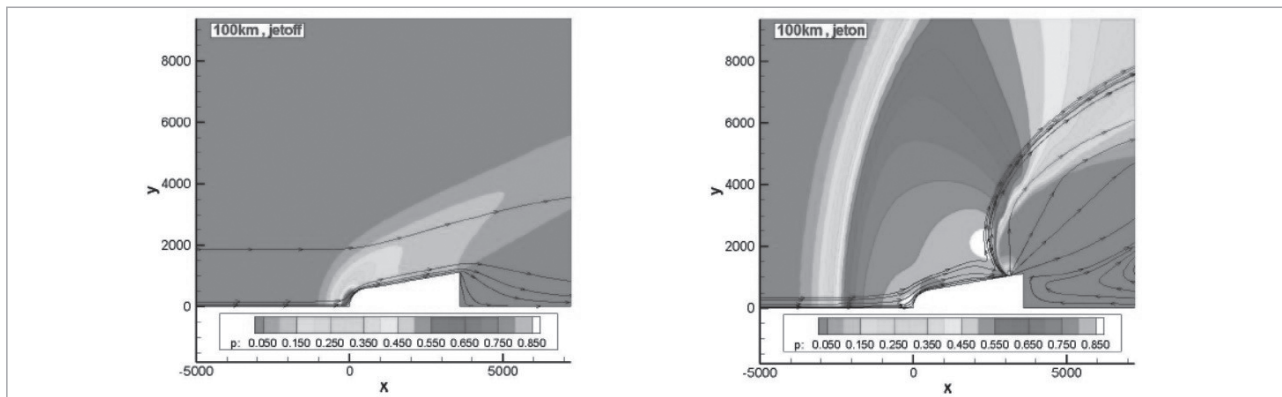
● 그림 8 ● 좌) 중국 NUDT의 Quiet Wind Tunnel(Mach 수 6, 15 sec)[26]; 우) 미국 Purdue 대학의 Quiet Wind Tunnel(Mach 수 8, 2020년 건설 시작)[27]

Kn>1) 요격용 SM-3, GBI 미사일, 중층고도(30-100km, 0.0001<Kn<1) 요격용 THAAD 미사일이 대표적이다. 그림 9는 공기가 매우 희박한 중층고도 80km에서 Mach 수 7.4로 비행하는 요격 미사일의 짧은 순간에 이루어지는 방향 조종을 위해 필수적인 DACS(Divert and Attitude Control System)의 추력 발생용 플룸 유동과 자유류

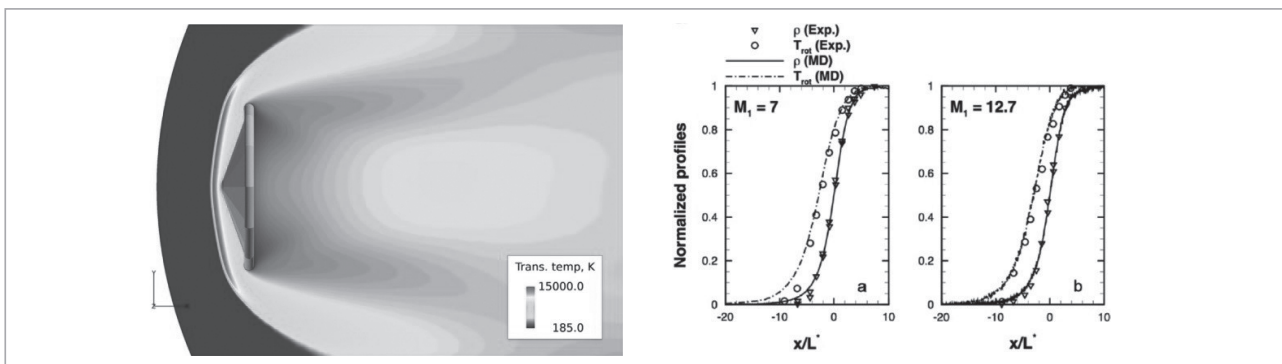
(Freestream)간의 복잡한 상호작용에 관한 2002년 미국 연구자의 계산 예[28]를 보여준다. 플룸과 자유류 유동의 높은 Knudsen 수 괴리로 인해 단일체계로는 계산이 어려워 NSF와 DSMC를 영역 분할로 계산하는 Hybrid 방식을 채용하였다. 보다 최근인 2019년에는 홍콩과학기술대 Xu에 의해 주도적으로 개발된 Unified Gas Kinetic



● 그림 9 ● 좌) 플룸 밀도 등고선도; 우) 공기 자유류 밀도 등고선도(Mach 수 7.4, 고도 80 km)[28]



● 그림 10 ● 재진입 비행체 Side Jet 효과 계산 예 (Mach 수 20, 고도 100 km)[29]



● 그림 11 ● 좌) Inflatible Aeroshell[31]; 우) MD-PES 계산 예 (이원자 질소 기체; 밀도 및 온도)[32]

Scheme(UGKS)을 Mianyang 소재 China Aerodynamics Research and Development Center 연구 그룹이 고도 100km에서 Mach 수 20으로 비행하는 재진입 비행체 문제의 Side Jet 효과를 단일체계로 계산하였다[29].

최근에는 미래형 재진입 방안 중에 하나로 팽창 방식 Aeroshell이 활발히 연구되고 있다. Aeroshell의 넓은 면적과 경량으로 인해 Low Ballistic Coefficient 비행이 가능하기 때문에, 공기역학적 가열 감소와 같은 몇 가지 장점을 지니는 것으로 알려져 있다. 일본 홋카이도 대학의 Takahashi 등은 2019년 CFD와 구조해석을 연계하여 팽창 방식 Aeroshell의 공력가열을 계산하였다[30,31]. 이러한 재진입 비행체 전반부에는 충격과 등 공기의 해리가 발생하는 수천 도의 고온 영역이 생성되어, 해당 물리 현상에 대한 심층적 이해를 위해서는 양자화학과 First-Principle에 기초한 시뮬레이션이 필요하다. 미국 미네소타 대학의 Schwartzenuber 등[32]은 기체 분자의 거동에 관한 분자동역학(MD) 시뮬레이션에 필요한 Potential Energy Surface(PES) 데이터를 양자화학 고려를 통해 구한 다음 충격과 내부 구조를 해석하였다(그림 11 우). Ab-initio로도 불리는 이 방식은 모델링과 시뮬레이션에 최소의 정보만 필요로 하여 고온 반응기체의 반응상수 계산 등 그 영역을 넓혀가고 있다.

2.2 마이크로-나노 기체, 진공장치, 증착

그림 5에서 보듯이 연속확률분포에 관한 정상상태의 Boltzmann 방정식의 Kinematic 좌변 항과 Collisional 우변 항을 무차원화 시키면 Knudsen 수가 나타나는데,

이에 근거하여 희박, 마이크로 문제와 같은 비평형 유동을 분류할 때, 보통 Knudsen 수 하나의 값에 따라 연속, Slip, 천이(Transitional), 자유류(Free Molecular) 4개 영역으로 나눈다. 하지만 Tsien이 1946년 Journal of the Aeronautical Sciences에 발표한 논문에서 Mach 수 및 Reynolds 수 두 개의 무차원수를 사용하여 기체 유동을 분류했던 것으로 알 수 있듯이(그림 3 우), 순수 열역학 변수인 Knudsen 수에 기초한 기존의 단순 분류는 기체입자의 평균속도(Mach 수)가 전혀 반영이 되어 있지 않아 보완이 필요하다. 즉, 자연법칙인 모멘텀 보존법칙의 세 항(관성력, 압력, 점성력)을 무차원화 시키면, Knudsen 수 (M/Re) 외에 추가적으로 Mach 수가 존재하므로 비평형 유동 분류에는 최소 2개의 무차원수를 고려해야 한다(이는 공력계수가 유동 상태에 따라서 일정한 것이 아니고, 기본적으로 Reynolds 수와 Mach 수 두 개의 함수라는 공기역학자에게는 잘 알려진 사실과 정확히 일치한다).

이 점은 고속 희박 유동과 저속 마이크로 유동을 다룰 때 매우 중요한 함축을 지니는데, 저속인 마이크로 유동은 고속 희박 유동에 비해 비평형성($Kn \times M = \text{점성력/압력}$)이 매우 작아 Knudsen 수에 비례하는 적절한 속도 Slip 경계 조건을 추가할 경우 준평형 NSF 방정식으로도 그 해석이 상당부분 가능하게 된다. 이러한 경우는 1997년 미국 MIT의 Arkilic 등[33]이 분류한 9개의 영역의 Creeping Micro 유동에 해당하여 비록 Knudsen 수가 1.0 등 매우 크더라도 Mach 수가 0.001 등으로 작을 경우 비평형성($Kn \times M$)은 0.001에 불과하여 결과적으로 Bulk 유동장 해석에 준평형 NSF 구성방정식을 적용할 수 있게 된다.

FLOW REGIMES FOR DIFFERENT MACH NUMBER AND REYNOLDS NUMBER COMBINATIONS

M	R		
	$O(\epsilon)$	$O(1)$	$O(1/\epsilon)$
$O(\epsilon)$	$K = O(1)$. Creeping micro-flow	$K = O(\epsilon)$. Moderate micro-flow	$K = O(\epsilon^2)$. Low M Fanno Flow
$O(1)$	$K = O(1/\epsilon)$. Transonic Free-molecular flow	$K = O(1)$. Transonic micro-flow	$K = O(\epsilon)$. Transonic Fanno Flow
$O(1/\epsilon)$	$K = O(1/\epsilon^2)$. Hypersonic Free-molecular flow	$K = O(1/\epsilon)$. Hypersonic Free-molecular flow	$K = O(1)$. Hypersonic "Fanno" (Transitional) Flow

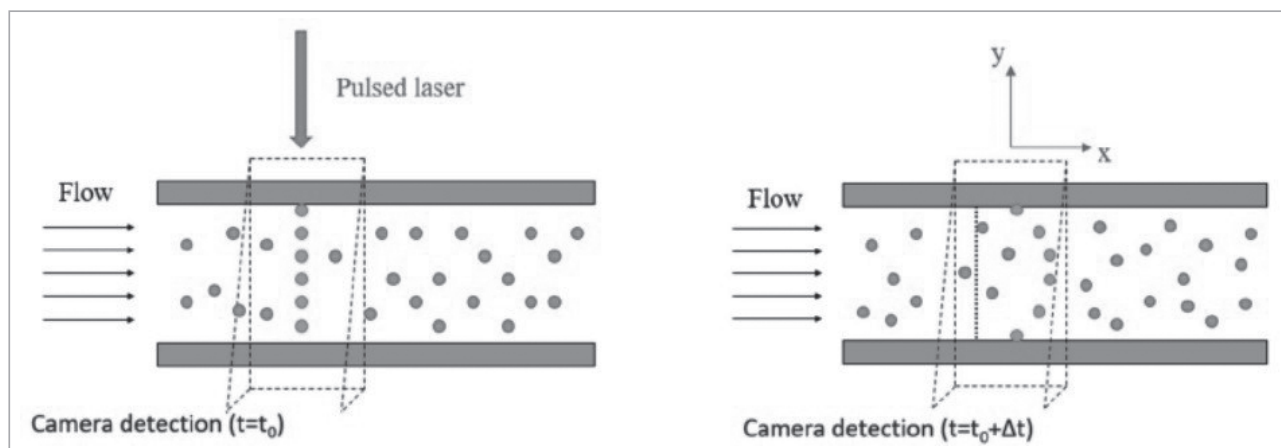
● 그림 12 ● 두 개 무차원수를 사용한 희박 및 마이크로 영역 분류[33]

1909년 Knudsen이 관의 내부 기체 흐름 연구를 통해 질량유량에 대한 Knudsen Minimum으로 알려진 특이 거동을 발견한 이후 다양한 실험적 연구가 행해졌다. 특히 1990년대부터 반도체 제작공정을 활용한 마이크로 또는 나노 단위의 채널 등의 마이크로 기계장치 제작이 가능하게 되어, 이러한 기계장치 내부의 기체 유동과 관련 측정기법에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 2020년 프랑스의 Fratantonio 등[34]은 Acetone 증기를 발광 분자 Tracer로 사용한 Molecular Tagging Velocimetry/Thermometry (MTV)를 개발한 후 채널 내부의 저압 희박(1kPa, Kn=0.014) Slip 유동 연구에 사용하였다. 질량 유량과 같은 Integrated 값이 아닌 고체 벽면에서의 Slip 속도를 포함한 채널 내부의 전체 속도장을 최초로 측정한 연구로 마이크로 희박기체 연구에 큰 기여를 할 것으로 기대된다.

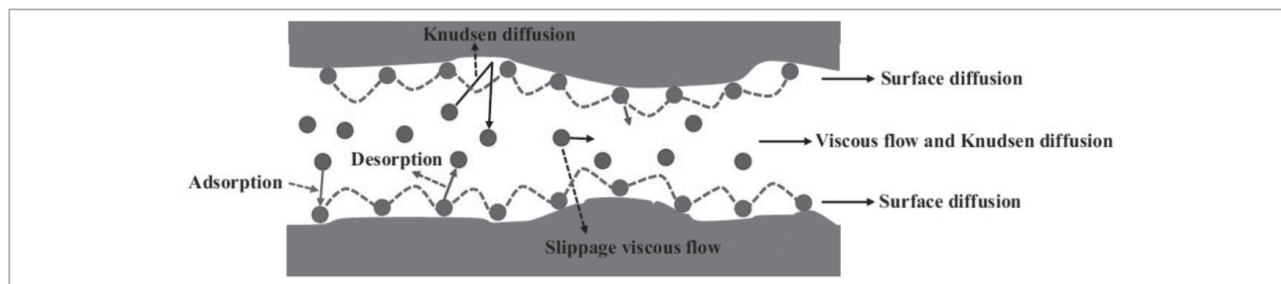
최근에는 분자동역학 시뮬레이션을 활용하여 나노채널 내부 기체유동의 특성을 연구하는 노력이 활발히 이

루어지고 있다. 2016년 터키의 Barisik 등은 Smart Wall Molecular Dynamics 알고리즘을 활용하여 나노채널 기체 유동에서 표면력 효과를 분석한 후, 기존의 Knudsen 수와 Mach 수에 기초한 동적 상사성이 불완전함을 밝혀냈다. 표면 van der Waals 힘이 큰 역할을 하는 나노채널 유동에서 채널 높이에 대한 표면력 침투 길이의 비인 무차원 변수 B를 도입하여 속도 분포는 내부 층 스케일링을 통해 Knudsen 수 및 기체입자-고체벽면 상호 작용 파라미터의 함수로 표현되는 보편적인 형태를 갖는 것을 밝혀냈다[35].

마이크로-나노 기체 유동이 관여하는 또 다른 시스템으로 에너지 개발 측면에서 중요한 Shale 가스를 들 수 있다. 지표면 아래의 암석과 같은 Shale 가스 저장 물질은 수많은 Nanopore로 구성되어 있어 고체 벽면 속도 Slip[36,37] 등 기체 이송 메커니즘이 매우 복잡하다. 그림 14에서 보듯이 Nanopore 표면에서는 Adsorption, Desorption, 여러 방향의 Diffusion 등 복잡한 물리적 현



● 그림 13 ● 채널 내부 희박기체 유동에 관한 Molecular Tagging Velocimetry(MTV) 기본 원리[34]



● 그림 14 ● Shale 가스 저장 물질 Nanopore에서의 복잡한 전달현상[38,40]

상이 일어난다[38-40]. 2016년 Wang 등은 Fuel 저널에 발표된 논문을 통해 흡착된 가스의 표면 확산, Langmuir 이론을 바탕으로 표면 Slip, 표면 수직 방향의 Knudsen 확산을 결합시킨 Apparent Permeability 모델을 개발하였다. 시험 데이터를 활용하여 모델을 검증한 후 Shale 가스 저장 층의 복잡 유동을 계산하였다[38].

반도체나 유기 발광 다이오드(Organic Light-Emitting Diode, OLED) 등의 디스플레이 제작 공정에도 희박 기체(또는 플라즈마)가 많이 사용된다. 중국 Tsinghua 대학의 Zhou 등은 2014년 Extended CFD 모델을 활용하여 저압 플라즈마 Etch Chamber의 압력별 (Kn=0.01~10) Pumping 곡선을 계산하였다[41]. 또한 독일 Niederrhein 대학의 Farber 등은 2016년 NSF-DSMCFoam Hybrid 기법을 활용하여 OLED 생산 공정의 증착(Vapor Deposition) 문제를 계산하였다[42]. 증착 공정 과정 중 Alpha-NPD 층 높이에 관한 실험 데이터로 비교하여 Hybrid 코드를 검증하였다.

2.3 수학, 물리 분야의 Kinetic 모델링

19세기 후반에 Maxwell과 Boltzmann에 의해 발전된 기체 Kinetic 이론은 희박기체역학, 마이크로-나노 기체 등의 공학적 적용 이외에 수학, 물리, 화학 분야 등 다양한 분야에 이용되고 있다. 그림 15는 입자간의 충돌을 포함

한 상호작용에 관한 지금까지 개발된 여러 충돌 연산자를 보여준다[43]. 가장 기본이 되는 Boltzmann의 Collision Integral 외에도 Vlasov-Landau, Balescu-Lenard, Fokker-Planck 충돌 연산자가 존재한다. 특히 Fokker-Planck 모델의 경우 점탄성 유체의 Newtonian Solvent에 담긴 폴리머 등의 거대분자의 거동을 입자 관점에서 설명하는데 많이 사용된다. 또한 항공기의 결빙 구름대 비행 시 충돌하는 마이크로 크기의 액적, 가스 터빈의 나노 크기의 Soot 입자 등의 문제도 기체 Kinetic 모델이 활용되고 있다[44,45]. 이 경우 기체 유동에 의해 이동하는 액적 또는 고체 입자들의 크기가 항공기 결빙의 Langmuir 분포와 같이 여러 크기가 혼재되어 있어 확률적 개념의 적용이 필요하게 된다. 또한 다상 유동 외에도 고체입자 사이의 충돌이 중요한 Granular 문제도 Kinetic 접근방식이 많이 사용되고 있다.

한편 미국 Maryland 대학의 Levermore는 1996년 Non-isotropic Gaussian 속도 분포를 기초로 하여 Kinetic 방정식으로부터 Nonperturbative 방식으로 모우멘트 방정식을 일관되게 유도할 수 있는 체계를 개발하였다[46]. 유도된 모우멘트 방정식이 연속체 문제에서 광범위하게 일어나는 Euler 방정식과 같은 Hyperbolic 시스템 형태여서 현재까지도 많이 사용되고 있다. 그리고 Boltzmann 방정식은 기체뿐만 아니라 액체, 점탄성

Collision operator	$C(f_i, f_j)$
Boltzmann	$\int d\mathbf{u}_j \int_0^\pi d\phi \int_0^\infty db b g_{ij} (f_i^* f_j^* - f_i f_j)$
Vlasov-Landau	$2\pi e_i^2 e_j^2 \ln \Lambda \int d\mathbf{u}' \partial_{ij} \cdot \mathbf{U}'(\mathbf{g}) \cdot \partial_{ij} f_i(\mathbf{u}') f_j(\mathbf{u}')$
Balescu-Lenard	$\sum_{\mathbf{k}} \frac{\pi \omega_i^2 \omega_j^2}{n_i^2 m_i} (\mathbf{k}/k^2) \cdot \partial_{\mathbf{u}} \int d\mathbf{u}' (\mathbf{k}/k^2) \cdot (m_j \partial_{\mathbf{u}} - m_i \partial_{\mathbf{u}'}) f_i(\mathbf{u}) f_j(\mathbf{u}') \frac{\delta(\mathbf{k} \cdot \mathbf{u} - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}')}{ \epsilon(\mathbf{k}, \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}) ^2}$
Fokker-Planck	$-2\pi e_i^2 e_j^2 m_i^{-1} \ln \Lambda \partial_{u\alpha} \int d\mathbf{u}' [f_i(\mathbf{u}) \partial_{u\beta} f_j(\mathbf{u}')/m_j - f_j(\mathbf{u}') \partial_{u\beta} f_i(\mathbf{u})] U_{\alpha\beta}(\mathbf{u} - \mathbf{u}')$
$U'_{\alpha\beta}(\mathbf{x}) = x^{-3}(x^2 \delta_{\alpha\beta} - x_\alpha x_\beta); \quad \partial_{ij} = m_i^{-1} \partial_{\mathbf{u}} - m_j^{-1} \partial_{\mathbf{u}'}; \quad \mathbf{g} = \mathbf{u} - \mathbf{u}';$	
$\omega_i^2 = 4\pi n_i e_i^2 / m_i; \quad \ln \Lambda = \text{Coulomb logarithm};$	
$\epsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \sum_I (\omega_i^2 / k^2) \int d\mathbf{u} (\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}) \mathbf{k} \cdot \partial_{\mathbf{u}} f_i(\mathbf{u}).$	

● 그림 15 ● 여러 입자간 충돌 모델의 수학적 표현[43]

유체, Soft Matter, Granular 유동 등 복잡계 시스템을 이해하는 근간이 되므로, 수학적 측면에서 방정식 해의 Existence와 Decay를 증명하고자 하는 연구[47]가 계속 이어지고 있다. 이 증명에 관한 부분적 기여 업적으로 수학 Fields 메달 수상자가 1990년대 이후 2명 배출된 점이 수학자들의 이 분야 관심을 보여준다(1994년 P. L. Lions 및 2010년 C. Villani). 또한 최근에는 한국 서울대의 Ha 등의 수학자를 중심으로 Winfree-Kuramoto 모델 등의 Kinetic 이론을 사용하여 새들의 Flocking, 물고기들의 Swarming, Josephson 접합 배열 등 복잡계의 Collective 거동 이해에 적용하려는 시도를 하고 있다[48].

III. 희박기체역학 이론적 연구의 주요 문제

3.1 압축 충격파 내부 구조 및 팽창 유동

1952년 Grad가 3년 전인 1949년에 개발한 Hermite 다항식 전개 기반의 모우멘트 방정식이 고고도 고속 비행체 주위 충격파의 내부 구조 해석에서 수학적 특이성이 발견되어 실제 극초음속 희박 유동에는 적용되지 못했던 사실에서 알 수 있듯이 압축 충격파 문제는 희박기체역학에서

Holy Grail 문제로 여겨져 왔다. Grad의 모우멘트 방정식이 유독 충격파 문제에서 어려움을 겪는 궁극적 이유는 Boltzmann 방정식의 유도과정과 도입된 가정, 그리고 방정식의 각 항이 묘사하고자 하는 물리적 현상을 기억하면 어느 정도 힌트를 찾을 수 있다.

Boltzmann 방정식은 실제 기체 입자의 상공간(Phase Space)에서의 연속확률분포를 다루는 7차원 비선형 Stochastic 편미분 방정식 형태이다. 기체 입자의 Kinematic 이동을 묘사하는 좌변과 기체입자 사이의 충돌(또는 상호작용)을 묘사하는 우변으로 구성되어 있다. 충격파 내부에서는 기체 입자들의 충돌이 매우 급격히 일어나는 압축 영역으로 충돌과정의 Dissipation을 통해 Boltzmann Collision Integral의 역할이 가장 두드러지는 물리현상이 된다. 그러므로 충격파 내부의 Grad 모우멘트 방정식의 수학적 특이성은 Boltzmann Collision Integral 처리와 직결될 수밖에 없다. Boltzmann Collision Integral을 다른 Kinetic Collision 모델과 구분 짓는 첫 번째 요소는 소위 Molecular Chaos (Stosszahlansatz)라고 불리는 가정으로 Mean-Free-Path가 입자간 힘 Range보다 충분히

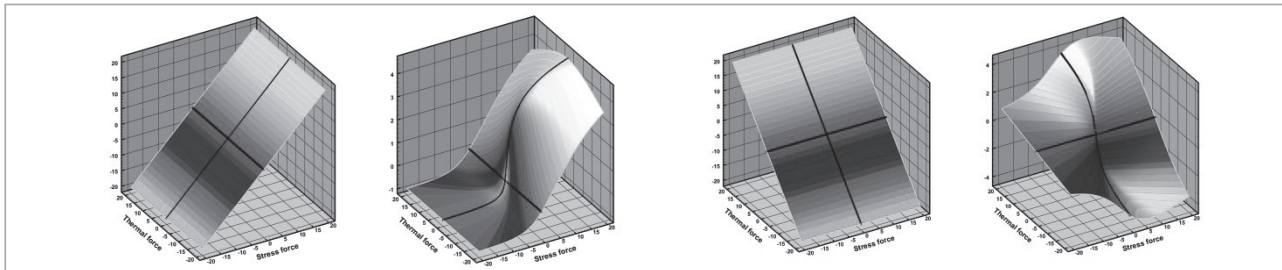


If there are no external forces, and conditions are uniform throughout the gas, this equation takes the form (equation (16)):

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} = \int_0^{\infty} \int_0^{x+x'} \left[\frac{f(\xi, t) f(x+x'-\xi, t)}{\sqrt{\xi} \sqrt{(x+x'-\xi)}} - \frac{f(x, t) f(x', t)}{\sqrt{x} \sqrt{x'}} \right] \sqrt{(xx')} \psi(x, x', \xi) dx' d\xi$$

where the variables x and x' denote the energies of two molecules before a collision, and ξ and $(x+x'-\xi)$ denote their energies after the collision; $\psi(x, x', \xi)$ is a function which depends on the nature of the forces between the molecules.

● 그림 16 ● 좌) Boltzmann 묘비 및 엔트리피($k \ln W$); 우) Boltzmann Collision Integral[5]



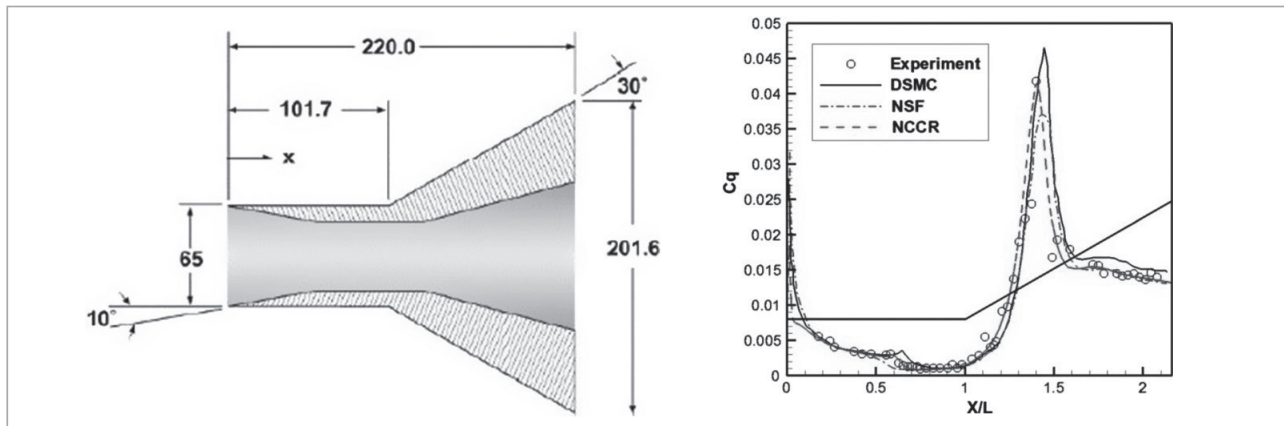
● 그림 17 ● 압축 및 팽창 유동의 2차 정확도 구성방정식 Topology(순서대로 전단응력-NSF, 전단응력-NCCR, 열유속-NSF, 열유속-NCCR; Origin은 평형상태를 뜻함)[51]

히 커서 한 번 충돌한 입자 짝은 다시 충돌하기까지 수많은 충돌을 거치는 기체상태를 의미한다. 이러한 가정을 통해 그림 16의 우측 수학적식에서 보듯이 충돌하는 두 기체입자에 관한 확률분포함수는 각각의 곱으로 표현된다.

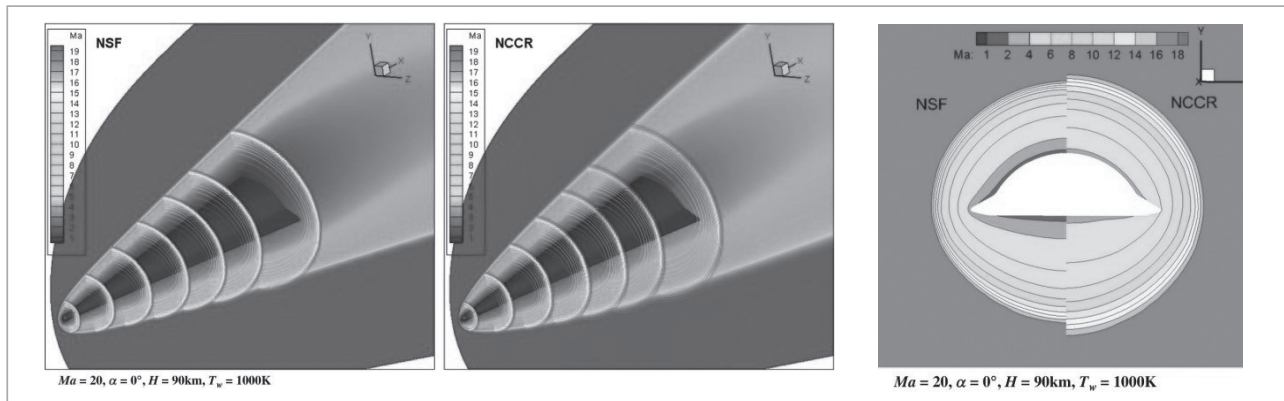
하지만 다른 연구자가 그동안 그 중요성을 제대로 깨닫지 못했지만, 필자가 2014년경부터 처음으로 인지하기 시작한 Boltzmann Collision Integral의 Legacy라고 할 수 있는 두 번째 요소는 그림 16 우측 수학적식 Box와 같이 충돌 항을 (Post - Pre) 또는 (After the Collision - Before a Collision) 또는 (Scattered Into - Scattered Out) 또는 그림 15와 같이 ()^{*} - () 방식으로 처리한 것이다. 이 처리 방식으로 인해 Boltzmann Collision Integral은 수학적으로 비선형 형태가 되어 단순화시킬 경우 매우 조심스러운 접근이 요구된다. 이 처리 방식은 1903년 Reynolds가

거시 세계에서 제어체적을 이용해서 유도했던 Reynolds Transport Theorem[49]의 제어표면을 통한 (In - Out) 플럭스 처리 방식과 유사하다. 주된 차이점은 Boltzmann Collision Integral의 경우 거시 세계의 물리적 공간이 아닌 미시 세계에서 기체입자의 상공간(Phase Space)을 대상으로 한 것이다.

이러한 새로운 이해를 바탕으로 Boltzmann Collision Integral을 기존의 선형이 아닌 2차 정확도로 비선형 함수 형태로 Closure 시킬 경우 ()^{*} - () 형태의 Boltzmann Collision Integral은 exp(nonequilibrium) - exp(-nonequilibrium) 즉 Sinh(Hyperbolic Sine) 함수로 간단해진다[50]. 이렇게 해서 구한 2차 정확도 구성방정식(Nonlinear Coupled Constitutive Relation; NCCR)을 압축 및 팽창 유동에서의 속도구배와 온도구배 값에



● 그림 18 ● 좌) Hollow Cylinder-Flare 형상(밀리미터 단위); 우) 표면 열유속 비교(질소, Mach 수 10.4, Knudsen 수 6.5×10^{-4} , 자유류 온도 118 K)[56]



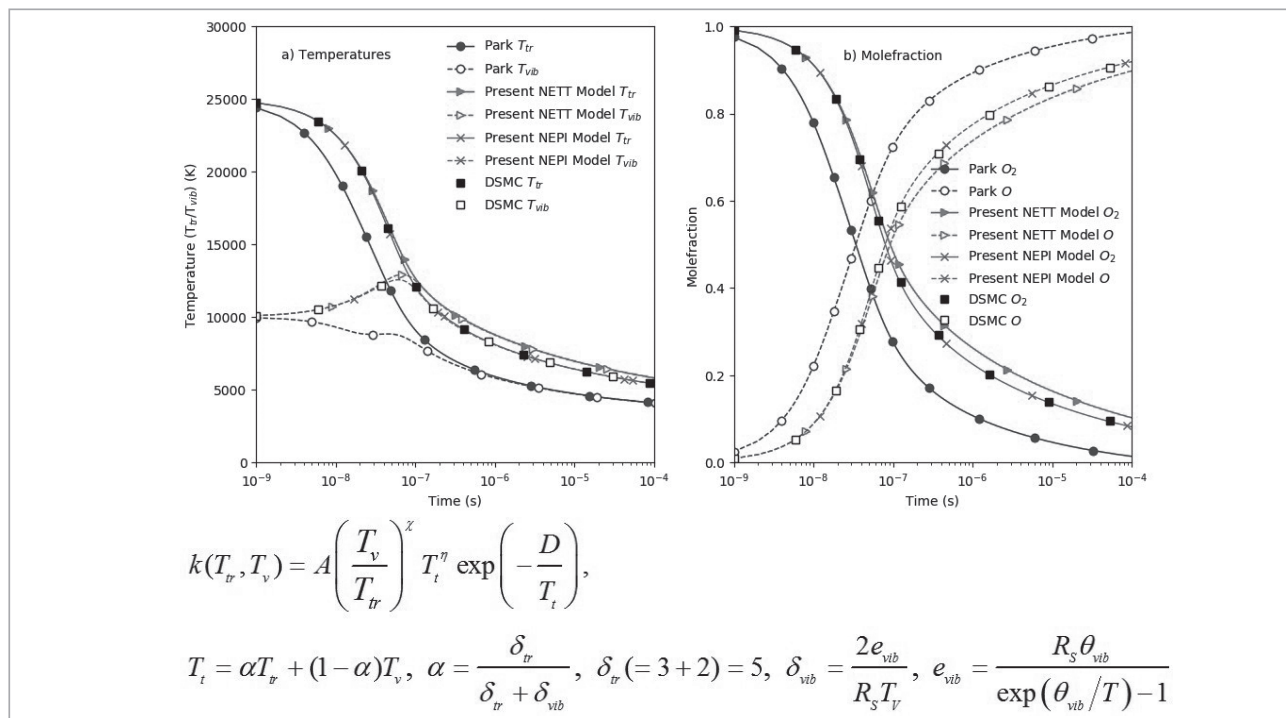
● 그림 19 ● Hypersonic Technology Vehicle 유동 마하수 등고선도 비교(Mach 수 20, 고도 90 km)[56]

대한 Topology 형태로 표현하면 그림 17과 같다[51]. 비평형성이 원점에서 점차로 증가할수록 1차 정확도 NSF Topology와 2차 정확도 NCCR Topology의 차이가 증가함을 알 수 있다. 그리고 2차 정확도 NCCR Topology는 NSF Topology와 마찬가지로 모든 영역에서 Smooth하여 압축 충격과 영역에서 수학적 특이성이 제거되었음을 알 수 있다[52]. 마지막 그림에서 2차 정확도 NCCR의 경우 비평형성이 증가하면서 선형이 아닌 Sinh^{-1} 로 줄어들어 높은 비평형 상태로 비행하는 재진입 비행체의 실제 열 유속이 1차 정확도 NSF 예측결과보다 작게 나타나는 원인을 설명해 준다[53].

캐나다 McGill 대학의 Eu가 1992년에 제안한 일반 유체역학 이론[23]을 근간으로 필자가 1999년 유도한 2차 정확도 NCCR 전산모델[54,55]은 최근 중국 Zhejiang 대학의 Jiang 등[56]에 의해 독립적으로 3차원 전산코드로 개발되어 고도 90km에서 Mach 수 20으로 비행하는 Hypersonic Technology Vehicle 유동 해석에 적용되었다. 그림 18은 비행체 적용 이전에 코드의 검증에 위

해 고려한 Hollow Cylinder-Flare 주위 자유류 Mach 수 10.4의 결과를 보여준다. 실험 데이터와 비교했을 때 1차 정확도 NSF 모델보다 더 실험에 근접함을 알 수 있다. 그림 19의 경우 고 극초음속 비평형 유동의 경우 그림 17에서 보여준 구성방정식 Topology 차이로 인해 급격한 압축이 일어나는 전반부 충격과 영역뿐만 아니라 급속한 팽창이 일어나는 비행체 후반부에서 NSF와 NCCR의 차이가 더 크게 발생함을 알 수 있다.

최근 Ab-initio 전산화학의 발달로 Complete Active Space Self-consistent Field(CASSCF)와 Second-order Perturbation Theory(CASPT2) 기법을 사용하여 다양한 기체 입자에 관한 Potential Energy Surface 정보를 획득할 수 있다. 이 정보를 Quasi-classical Trajectory 기법 기반의 분자동역학 시뮬레이션과 연계시키면 화학 반응 Cross-Section과 Rate 계수를 계산할 수 있다. 최근 한국 경상대 연구팀은 이러한 방식으로 획득한 비평형 반응 Rate 계수를 물리적 고려와 연계시켜 잘 알려진 Park의 Two-Temperature 모델을 개선한 Non-equilibrium



● 그림 20 ● 상) Oxygen 시스템의 Heat Bath Simulations: Trans-rotational 및 Vibrational 온도; 하) Non-equilibrium Total Temperature(NETT) 모델[57,58]

Total (or Overall) Temperature(NETT) 모델을 개발하였다[57,58]. 그림 20에서 알 수 있듯이 NETT 모델은 기본적으로 Trans-rotational 자유도와 Vibrational 자유도의 비율에 의해 결정되는 무차원 변수 α 를 통해 Overall 온도를 결정하며, 기존의 Park 모델 $\sqrt{T_{tr}T_v}$ 에 비하여 DSMC에 더 근접하는 결과를 산출하였다.

3.2 전단 유동

전단 방향의 속도구배로 형성되는 전단 유동은 고체벽면 부근 유동에서 항상 발생하며, 이로 인하여 항력과 벽면 열전달에 지대한 영향을 미친다. 희박 전단유동에서의 2차 정확도 구성방정식은 1차 정확도 NSF 모델과 큰 차이가 나고 이로 인해 NSF 모델로는 설명되지 않는 Knudsen Minimum 등 희박기체 특이 거동을 설명할 수 있게 된다. 최근 정상대 연구팀은 Boltzmann 방정식을 이원자 및 선형 다원자 기체로 확장한 Boltzmann-Curtiss 방정식을 이용하여 Argon과 같은 단원자 기체에 비하여 질소, 메탄, 이산화탄소와 같은 이원자 및 다원자 기체의 경우 전단 유동에서의 구성방정식이 또다시 대폭 달라지는 것을 이론적으로 밝혔다[51]. 그림 21은 다원자 기체의 전단 유동에서 발생하는 점성 수직응력과 전단응력의 관계를 보여준다. 1845년 Stokes가 무시했던 Bulk 점성계수 비를 나타내는 f_b 상수(Argon $f_b=0$, 질소 $f_b=0.8$ 등) 변화에 따라 Topology가 마치 태양계惑星, 유성의 궤도처럼 타

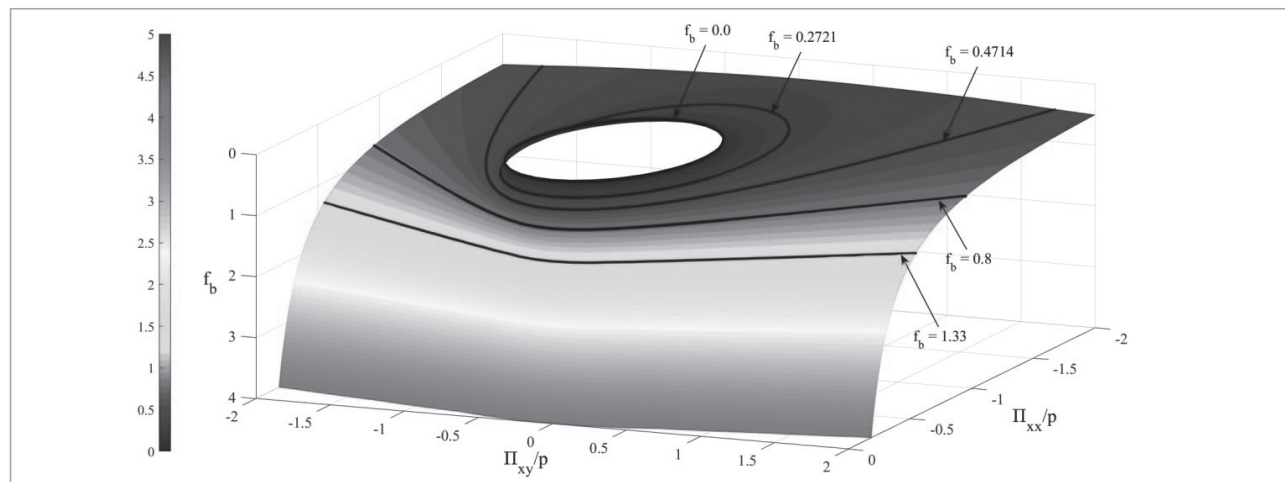
원형($f_b=0.2722$ 인 다원자 기체의 상공간 궤도는 이심률 0.0167인 지구궤도와 일치함)에서 쌍곡형으로 변하는 것을 확인할 수 있다(1차 정확도 NSF 모델의 경우 점성 수직응력은 항상 0임).

이러한 다원자 기체에서의 Bulk 점성계수의 역할의 중요성으로 인해 네덜란드 Vrije 대학의 Wang 등은 2019년 이산화탄소의 Rayleigh-Brillouin Scattering Spectra를 실험적 방법으로 측정된 후 Bulk 점성계수 f_b 를 산출하였다[59]. 그 결과 0.41 ± 0.10 로 계산되어 기존의 Ultrasound Absorption 방식으로 측정된 값보다 수천 배 작은 것으로 나타났다. 이러한 괴리를 해소하기 위해 앞으로 추가적인 연구가 필요하다고 할 수 있다.

한편 중국의 Zhu 등은 2016년 극초음속 유동을 실험적으로 관찰하여 이원자 기체인 질소의 Bulk 점성계수 역할을 규명하였다[60]. 북경대학의 Mach 6 Quiet Wind Tunnel으로 Flared Cone 표면에서의 압축성 경계층(Laminar-to-Turbulence Transition)의 Second-mode Instability을 분석하여 Stokes 가정에 비해 50%의 Dilatation Dissipation이 발생함을 밝혔다. 이 결과는 극초음속 유동의 경우 Stokes 가정을 더 이상 사용할 필요가 없음을 의미한다.

3.3 Two-Centennial 1차 정확도 Navier-Stokes-Fourier 모델의 2차 정확도로의 확장

1822년 발표된 Navier 및 Fourier 구성법칙은 2022년



● 그림 21 ● 다원자 기체의 전단 유동에서 발생하는 점성 수직응력과 전단응력의 Topology[51]

에 2세기를 맞이하게 된다. 지금까지 거의 모든 유체 문제에 보존법칙과 함께 적용되어 공학자들이 필요로 하는 정보를 산출하였다. 특히 30여 년 전부터 전산유체역학으로 발전되어 현재 유체가 관여하는 해석 및 공학적 설계 문제에 광범위하게 사용되고 있다. 그림 22는 1822년 Navier의 유체 운동의 법칙에 대한 회고와 Fourier의 해석적 열이론에 묘사되어 있는 수학적 식을 보여준다. 비압축성 유동에 관한 연구라 점성에 관련된 항이 2차 미분형으로 형

태로 표현되어 있다.

하지만 1909년 Navier 이론으로는 설명되지 않는 희박 영역의 Knudsen Minimum으로 알려진 특이 거동이 발견된 이래, 1차 정확도인 Navier 구성법칙을 고차 정확도로 확장하고자 하는 시도가 계속 이어지고 있다. 최근에는 열전도에 관한 Fourier 구성법칙으로 설명되지 않는 물리 현상들이 계속 보고되고 있다[61]. 고차 정확도 구성방정식을 유도하려는 시도는 크게 Empirical 접근방식(점탄

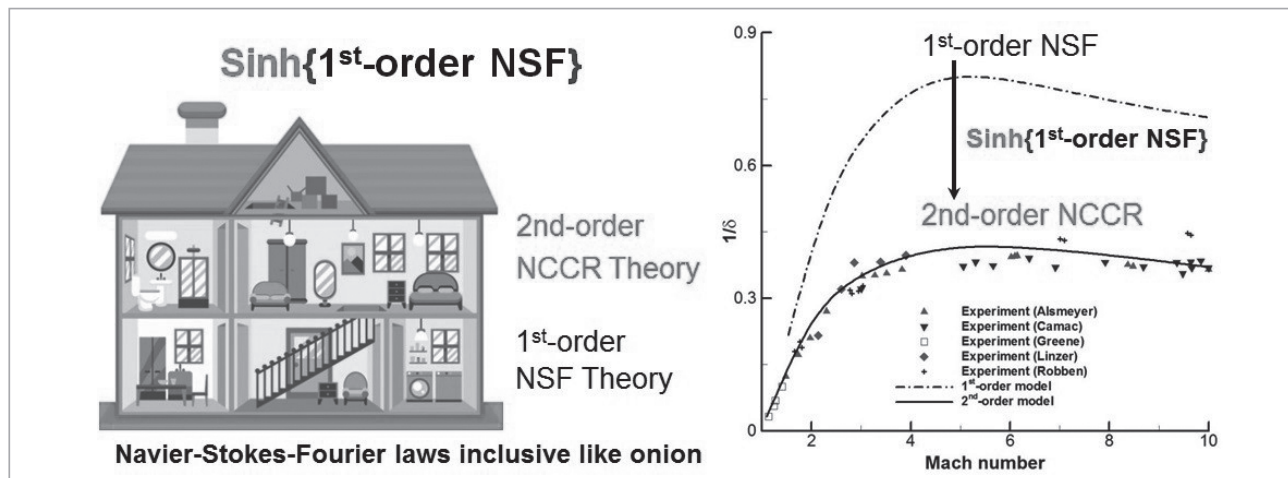
On voit donc en premier lieu que les équations indéfinies du mouvement du fluide deviendront respectivement

$$\begin{aligned}
 P - \frac{dp}{dx} &= \rho \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} \right) - \epsilon \left(\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2} \right), \\
 Q - \frac{dp}{dy} &= \rho \left(\frac{dv}{dt} + u \frac{dv}{dx} + v \frac{dv}{dy} + w \frac{dv}{dz} \right) - \epsilon \left(\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2v}{dy^2} + \frac{d^2v}{dz^2} \right), \\
 R - \frac{dp}{dz} &= \rho \left(\frac{dw}{dt} + u \frac{dw}{dx} + v \frac{dw}{dy} + w \frac{dw}{dz} \right) - \epsilon \left(\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d^2w}{dy^2} + \frac{d^2w}{dz^2} \right).
 \end{aligned}$$

Ainsi l'état thermométrique d'un solide compris entre deux bases parallèles infinies dont la distance perpendiculaire est e , et qui sont maintenues à des températures fixes a et b , est représenté par les deux équations :

$$v = a + \frac{b-a}{e} z, \text{ et } F = K \frac{a-b}{e} \text{ ou } F = -K \frac{dv}{dz}$$

● 그림 22 ● 상) Navier 유체 운동 방정식(1822)[1]; 하) Fourier 열전도 방정식(1822)[2]



● 그림 23 ● 좌) Sinh 기반의 2nd-Order NCCR 확장; 우) 2nd-Order NCCR(Kn=1) 충격파 내부 구조[51])

성 유체 분야의 Non-Newtonian 구성방정식 유도 등)과 Kinetic 방정식으로부터 유도하는 방식으로 나누어진다.

기체 유동의 경우 거의 모든 연구가 이론적 엄밀성을 선호하여 Boltzmann Kinetic 방정식에서 출발한다. Burnett, Grad, Levermore, Eu의 연구가 대표적이다. 필자의 경우 Eu의 연구의 연장선상에서 물리적 직관, Closing-Last Balanced Closure, Decomposition 개념을 적용하여 2차 정확도 모델을 유도하는 연구를 수행 중이다. 그림 23에서 그 개념을 간단히 보여주는데, 고차 정확도 레벨을 2차로 한정시키고, Boltzmann Collision Integral이 $\exp(\text{nonequilibrium}) - \exp(-\text{nonequilibrium})$ 즉 Sinh (Hyperbolic Sine) 함수로 근사될 수 있음에 착안하여, 1차 정확도 NSF 모델을 아우르며 Smooth하게 2차 정확도로 접근하는 Sinh{1st-order NSF} 모델을 개발하였다. 2차 정확도 모델을 적용할 경우 그림 23 우측과 같이 충격파의 두께를 보다 정확하게 예측할 수 있게 된다[51].

3.4 여타 도전적 문제들

1934년 Zahm이 고고도 희박기체역학에 관한 연구를 시작한 이래 수많은 새로운 지식들이 창출되었다. 하지만 크게 두 측면에서 도전적 문제들이 존재하고 계속 생길 것으로 예상된다. 우선 본질적으로 희박기체역학이 미시 세계와 거시 세계를 연결시키는 메조스케일 문제인 것에 기인한다. 1차 정확도 구성법칙으로는 불충분하여, 고차 구성법칙 또는 이에 해당하는 시뮬레이션 기법이 필요하며, 이 과정 중 Closure 문제와 같은 이론적 난제, DSMC의 계산 효율적 증진 등 실제적 적용 문제 등이 계속해서 도전적 문제로 남아 있다. 또한 희박기체역학의 경우 Verification 용 해석해가 거의 존재하지 않고[62], 속도 Slip 등 비평형 유동에서 중요한 물리적 양에 관한 실험적 결과가 최근에야 조금씩 확보되기 시작하여 여전히 Validation이 어려운 상황이다. 더군다나 한국의 경우 현재로서는 희박 극초음속 연구를 위한 대규모 시험시설을 다양하게 구축하기 힘든 여건이라 더욱 그렇다고 할 수 있다.

또 다른 측면은 고고도 고속 비행체를 포함한 희박기체역학 유동을 고도와 속도에 대해 분류한 그림 5에서

보듯이, 최근의 다양한 극초음속 비행체의 개발로 비행 Envelope이 계속 확장한 것에 기인한다. 과거에는 재진입 비행체와 열보호시스템 설계를 위한 연구 위주였다면, 현재는 Hypersonic Glider Vehicle, Anti-Ballistic 미사일 등으로 비행 영역이 다양하고, 무엇보다도 양력비행과 공기흡입 방식을 비롯한 자체 추진기관을 구비한 비행체의 경우 새로운 물리적 현상과 관련된 도전적 문제가 발생할 것으로 예상된다. 마치 Cruise 비행상태에서의 공력 연구에서 고 받음각 비행 연구로 바뀌었을 때 겪게 되는 어려움에 비유할 수 있다.

구체적으로 희박 극초음속 유동에서 조종면 변경, DACS의 의한 측력 적용, 추진기관과의 Integration(공기흡입 및 배기가스 플룸)에 관련된 공력 및 열적 특성 연구는 계산 측면뿐만 아니라 시험 측면에서도 큰 도전이 될 것으로 예상된다. 즉 비행체 플랫폼 레벨에서의 연구 과정 중 비행영역의 대폭 확대에 따라 새로운 물리 현상이 나타날 것으로 예상된다. 예를 들어, 희박도에 관련된 Translation-rotational 및 Vibrational 비평형성과 상호작용, 고온 화학반응의 비평형성이 높은 수준으로 복합되어 이 모든 현상을 동시에 다루어야 하는 비행영역이 대폭 증가할 수 있다. 이 경우 그림 21에서 보는 것처럼, 희박 영역에서는 이원자 및 다원자 기체의 Bulk 점성계수 비의 역할이 매우 중요하게 되어, Vibrational 및 Chemical 비평형과 강하게 상호작용하게 될 경우 이론적으로 도전적인 연구주제가 될 것으로 예상된다. 현재 이산화탄소의 Bulk 점성계수 비의 측정값이 수천 배 변하는 상황을 고려하면 더욱 그렇다. 또한 Mars의 이산화탄소 희박 대기에서 비행하는 회전익 비행체의 공력 이해를 위해서는 현재의 2차 정확도 계산모델을 회전 Frame으로 확장시키고 DSMC 기법의 계산 효율성을 대폭 증가시켜야 할 것으로 판단된다.

IV. 주요 Community 및 맺음말

Zahm에 의해 1934년 Super-aerodynamics라는 용어로 시작된 희박기체역학(Rarefied Gas Dynamics; RGD)은 전통적인 고고도 희박 공기역학, 진공 영역 기

체 분야 연구에서 우주 추진, 플라즈마, 마이크로 나노 시스템, 반도체 전하 이동, 증착 문제 등으로 확대되어 왔다(우주추진 분야는 본 특집호의 이균호 회원의 글에서 중점적으로 다루어져 여기서는 일부만 다루었다). 특히 최근에는 RGD Community에서 개발된 미시와 거시 세계를 통계역학과 열역학 고려를 통해 연계시키는 방법론과 DSMC와 같은 입자 개념의 전산 시뮬레이션 기법은 기체 상태가 아닌 점탄성 유체, Soft Matter, 복잡계 물리 시스템, 복잡 생물 및 사회 시스템 등의 도전적 문제에 직접적으로 활용되고 있다[63]. 희박기체역학 분야의 학술적 연구는 주로 Physics of Fluids, AIAA Journal, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Journal of Spacecraft and Rockets, Journal of Computational Physics, Journal of Chemical Physics, Physical Review E, Journal of Statistical Physics, Journal of Geophysical Research: Space Physics, Vacuum, Communications on Pure and Applied Mathematics, Kinetic & Related Models 등의 각 분야 탐 저널에 발표

되고 있다. 하지만 고고도 희박 극초음속 기체역학의 경우 보안 등의 이유로 이러한 학술적 저널에 공개되지 않고 있는 지식이 상당할 것으로 판단된다.

국내의 경우 최근 희박기체역학 관련 연구가 활발해지고 있다. 전통적인 재진입 비행체와 더불어 극초음속 비행체 기반의 국방무기 체계, 우주 비행체 추진기, 우주 탐사용 전기 추진기관, 반도체 및 디스플레이 진공장치 및 증착, DSMC 및 MD, 충격파, Kinetic 이론을 이용한 Collective Dynamics 연구 등이 중요해지고 있다. 이러한 활동의 결과로 제32회 희박기체역학 국제심포지움(RGD32)을 한국에 유치하여 2021년 7월 5-9일 서울에서 개최될 예정이다[64](<http://www.rgd32.org/>). 또한 2021년 11월경에는 제3회 High-Speed Vehicle Science & Technology 국제학술대회(HiSST 2021)가 한국에서 개최될 예정이다. 나아가 2023년 7월경에는 제34회 충격파 국제심포지움(ISSW34)이 한국 대구에서 개최될 예정이다. 한국항공우주학회 회원들이 중추적 역할을 할 것으로 기대된다.

저자약력



명노신

1996년도에 미국 University of Michigan 대학에서 항공우주공학 박사학위를 취득하였으며, 1999년부터 현재까지 경상대학교에서 교수로 재직하고 있음. 현재 과학기술정보통신부 지정 항공핵심기술 선도연구센터 센터장, 희박기체역학 국제자문위원회 위원, 32회 희박기체역학 국제심포지움 조직위원장으로 활동 중임. 공기역학 및 CFD, 희박 및 마이크로 기체역학, 항공기 RF 및 IR 스텔스, 항공기 결빙 및 낙뢰, 항공기 인증 연구를 수행하고 있음.

참고문헌

- [1] Navier, C. L. M. H., "Memoire sur les Lois du Mouvement des Fluids," *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France*, Vol. 6, p. 389, 1822.
- [2] Fourier, J., "Théorie Analytique de la Chaleur," Firmin Didot, Paris, France, 1822.
- [3] Stokes, G. G., "On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Fluids," *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 8, pp. 287–305, 1845.
- [4] Maxwell, J. C., "On the Dynamical Theory of Gases," *Philosophical Transactions of Royal Society of London*, Vol. 159, pp. 49–88, 1867.
- [5] Boltzmann, L., "Further Studies on the Thermal Equilibrium of Gas Molecules," *Sitzungsberichte Akademie der Wissenschaften*, Vol. 66, pp. 275–370, 1872.
- [6] Knudsen, M., "Die Gesetze der Molekularströmung und der inneren Reibung Strömung der Gase durch Röhren," *Annalen der Physik*, Vol. 333, pp. 75–130, 1909.
- [7] Millikan, R. A., "Coefficients of Slip in Gases and the Law of Reflection of Molecules from the Surface of Solids and Liquids," *Physical Review*, Vol. 21, pp. 217–238, 1923.
- [8] Onsager, L., "Reciprocal Relations in Irreversible Processes. I," *Physical Review*, Vol. 37, No. 4, pp. 405–426, 1931.
- [9] Zahn, A. F., "Superaerodynamics," *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 217, pp. 153–166, 1934.
- [10] von Kármán, T., "Isaac Newton and Aerodynamics," *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 9, No. 14, pp. 521–522, 1942.
- [11] Jones, R. T., "Aerodynamic Design for Supersonic Speeds," *Advances in Aeronautical Sciences: Proceedings of the First International Congress in the Aeronautical Sciences, Madrid 8–13 September 1958*, Edited by T. von Kármán, pp. 34–51, Pergamon Press, 1959.
- [12] Sänger, E., and Bredt, J., *Über einen Raketenantrieb für fernbomber*, Deutsche Luftfahrtforschung, Untersuchungen u. Mitteilungen Nr. 3538, pp. 141–173, Berlin, 1944.
- [13] Tsien, H. S., "Superaerodynamics, Mechanics of Rarefied Gases," *Journal of the Aeronautical Sciences*, Vol. 13, No. 12, pp. 653–664, 1946.
- [14] Grad, H., "On the Kinetic Theory of Rarefied Gases," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. 2, pp. 331–407, 1949.
- [15] Grad, H., "The Profile of a Steady Plane Shock Wave," *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol. 5, pp. 257–300, 1952.
- [16] Bhatnagar, P. L., Gross, E. P., and Krook, M., "A Model for Collision Processes in Gases, I," *Physical Review*, Vol. 94, pp. 511–525, 1954.
- [17] Sputnik 1, https://en.wikipedia.org/wiki/Sputnik_1, 1957.
- [18] Shaaf, S. A., and Chambre, P. L., *Flow of Rarefied Gases*, Princeton Aeronautical Paperbacks, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1961.
- [19] Bird, G. A., "Approach to Translational Equilibrium in a Rigid Sphere Gas," *Physics of Fluids*, Vol. 6, pp. 1518–1519, 1963.
- [20] Bird, G. A., *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation Monte Carlo of Gas Flows*, Oxford Science, 1994.
- [21] Truesdell, C., and Muncaster, R. G., *Fundamentals of Maxwell's Kinetic Theory of a Simple Monatomic Gas*, Academic Press, New York, 1980.
- [22] Cercignani, C., *The Boltzmann Equation and Its Applications*, Springer-Verlag, New York, 1988.
- [23] Eu, B. C., *Kinetic Theory and Irreversible Thermodynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1992.
- [24] Eu, B. C., *Kinetic Theory of Nonequilibrium Ensembles, Irreversible Thermodynamics, and Generalized Hydrodynamics: Volume 1. Nonrelativistic Theories*, Springer International Publishing, Switzerland, 2016.
- [25] Schlegat, T., *Experimental Investigation of Rarefaction Effects on Aerodynamic Coefficients of Slender and Blunt Re-entry Vehicles*, Ph.D. Dissertation, Justus Liebig University, Germany, 2018.
- [26] Norris, G., "Lifting the Veil: Major Investments, Test Facilities and Swift Achievements Underpin China's Rapid Rise in Hypersonics," *Aviation Week & Space Technology*, April 17–30, pp. 50–54, 2017.
- [27] Purdue to Develop World's First Mach 8 Quiet Wind Tunnel, <https://engineering.purdue.edu/Engr/AboutUs/News/Spotlights/2020/purdue-develops-1st-mach8-wind-tunnel>, 2020.
- [28] Gimelshein, S. F., Levin, D. A., and Alexeenko, A. A., "Modeling of the Interaction of a Side Jet with a Rarefied Atmosphere," *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 39, No. 2, pp. 168–176, 2002.
- [29] Jiang, D., Mao, M., Li, J., and Deng, X., "Numerical Simulation of the Jet and Hypersonic Flow Interaction with

- UGKS,” AIP Conference Proceedings 2132, 030006, 2019.
- [30] Takahashi, Y., and Yamada, K., “Aerodynamic Heating of Inflatable Aeroshell in Orbital Reentry,” *Acta Astronautica*, Vol. 152, pp. 437–448, 2018.
- [31] Takahashi, Y., Koike, T., Oshima, N., and Yamada, K., “Aerothermodynamic Analysis for Deformed Membrane of Inflatable Aeroshell in Orbital Reentry Mission,” *Aerospace Science and Technology*, Vol. 92, pp. 858–868, 2019.
- [32] Schwartzentruber, T. E., and Boyd, I. D., “Progress and Future Prospects for Particle-based Simulation of Hypersonic Flow,” *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 72, pp. 66–79, 2015.
- [33] Arkilic, E. B., Schmidt, M. A., and Breuer, K. S., “Gaseous Slip flow in Long Microchannels,” *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 6, pp. 167–178, 1997.
- [34] Fratantonio, D., Rojas- Cárdenas, M., Barrot, C., Baldas, L., and Colin, S., “Velocity Measurements in Channel Gas Flows in the Slip Regime by means of Molecular Tagging Velocimetry,” *Micromachines* Vol. 11, 374, 2020.
- [35] Barisik, M., and Beskok, A., “Law of the Nano-wall” in Nano-channel Gas Flows,” *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 20, 46, 2016.
- [36] Myong, R. S., “Gaseous Slip Model Based on the Langmuir Adsorption Isotherm,” *Physics of Fluids*, Vol. 16, No. 1, pp. 104–117, 2004.
- [37] Zhang, W. M., Meng, G., and Wei, X., “A Review on Slip Models for Gas Microflows,” *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 13, pp. 845–882, 2012.
- [38] Wang, J., Chen, L., Kang, Q., and Rahman, S., “Apparent Permeability Prediction of Organic Shale with Generalized Lattice Boltzmann Model Considering Surface Diffusion Effect,” *Fuel*, Vol. 181, pp. 478–490, 2016.
- [39] Singh, H., and Myong, R. S., “Critical Review of Fluid Flow Physics at Micro-to Nano-Scale Porous Media Applications in the Energy Sector,” *Advances in Materials Science and Engineering*, Vol. 2018, 9565240, 2018.
- [40] Huang, T., Cao, L., Yuan, C., and Chen, P., “A Novel Numerical Model of Gas Transport in Multiscale Shale Gas Reservoirs with Considering Surface Diffusion and Langmuir Slip Conditions,” *Energy Science and Engineering*, Vol. 7, pp. 1315–1332, 2019.
- [41] Zhou, N., Wu, Y., Han, W., and Pan, S., “An Extended CFD Model to Predict the Pumping Curve in Low Pressure Plasma Etch Chamber,” AIP Conference Proceedings, Vol. 1628, 1378, 2014.
- [42] Farber, K., Farber, P., Gräbel, J., Krick, S., Reitz, J., and Ueberrholz, P., “Development and Validation of a Coupled Navier–Stokes/DSMC Simulation for Rarefied Gas Flow in the Production Process for OLEDs,” *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 272, pp. 648–656, 2016.
- [43] Eu, B. C., “Kinetic Theory of Nonlinear Transport Processes in Dilute Ionized Gases Subject to an Electromagnetic Field,” *Journal of Chemical Physics*, Vol. 82, No. 9, pp. 4283–4302, 1985.
- [44] Houim, R. W., and Oran, E. S., “A Multiphase Model for Compressible Granular–Gaseous Flows: Formulation and Initial Tests,” *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 789, pp. 166–220, 2016.
- [45] Ejtehadi, O., and Myong, R. S., “A Modal Discontinuous Galerkin Method for Simulating Dusty and Granular Gas Flows in Thermal Non-equilibrium in the Eulerian Framework,” *Journal of Computational Physics*, Vol. 411, 109410, 2020.
- [46] Levermore, C. D., “Moment Closure Hierarchies for Kinetic Theories,” *Journal of Statistical Physics*, Vol. 83, Nos. 5–6, pp. 1021–1065, 1996.
- [47] Gressman, P. T., and Strain, R. M., “Global Classical Solutions of the Boltzmann Equation with Long-Range Interactions,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 107, No. 13, pp. 5744–5749, 2010.
- [48] Ha, S. Y., Kim, J., Kuchling, P., and Kutoviy, O., “Infinite Particle Systems with Collective Behaviour and Related Mesoscopic Equations,” *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 60, 122704, 2019.
- [49] Reynolds, O., “Papers on Mechanical and Physical Subjects,” *The Sub-Mechanics of the Universe*, Vol. 3, pp. 12–13, Cambridge: Cambridge University Press, 1903.
- [50] Myong, R. S., “Theoretical Description of the Gaseous Knudsen Layer in Couette Flow Based on the Second-Order Constitutive and Slip-Jump Models,” *Physics of Fluids*, Vol. 28, No. 1, 012002, 2016.
- [51] Singh, S., Karchani, A., Sharma, K., and Myong, R. S., “Topology of the Second-Order Constitutive Model Based on the Boltzmann–Curtiss Kinetic Equation for Diatomic and Polyatomic Gases,” *Physics of Fluids*, Vol. 32, 026104, 2020.
- [52] Myong, R. S., “On the High Mach Number Shock Structure Singularity Caused by Overreach of Maxwellian Molecules,” *Physics of Fluids*, Vol. 26, No. 5, 056102, 2014.
- [53] Chae, J. H., Mankodi, T. K., Choi, S. M., and Myong, R. S., “Combined Effects of Thermal Non-equilibrium and Chemical Reactions on Hypersonic Air Flows Around An Orbital Reentry Vehicle,” *International Journal of Aeronautical and Space Science*, <https://doi.org/10.1007/s42405-019-00243-9>, 2020.

- [54] Myong, R. S., "Thermodynamically Consistent Hydrodynamic Computational Models for High-Knudsen-Number Gas Flows," *Physics of Fluids*, Vol. 11, No. 9, pp. 2788–2802, 1999.
- [55] Myong, R. S., "A Computational Method for Eu's Generalized Hydrodynamic Equations of Rarefied and Microscale Gasdynamics," *Journal of Computational Physics*, Vol. 168, pp. 47–72, 2001.
- [56] Jiang, Z., Zhao, W., Yuan, Z., Chen, W., and Myong, R.S., "Numerical Investigation of Rarefied Hypersonic Flows over Flying Configurations Using a Nonlinear Constitutive Model," *AIAA Journal*, Vol. 57, No. 12, pp. 5258–5268, 2019.
- [57] Mankodi, T. K., and Myong, R. S., "Quasi-classical Trajectory-based Non-equilibrium Chemical Reaction Models for Hypersonic Air Flows," *Physics of Fluids*, Vol. 31, 106102, 2019.
- [58] Mankodi, T. K., and Myong, R. S., "Erratum: "Quasi-classical Trajectory-based Non-equilibrium Chemical Reaction Models for Hypersonic Air Flows," [*Phys. Fluids* 31, 106102 (2019)]," *Physics of Fluids*, Vol. 32, 019901, 2020.
- [59] Wang, Y., Ubachs, W., and van de Water, W., "Bulk Viscosity of CO₂ from Rayleigh-Brillouin Light Scattering Spectroscopy at 532 nm," *Journal of Chemical Physics*, Vol. 150, 154502, 2019.
- [60] Zhu, Y., Zhang, C., Chen, X., Yuan, H., Wu, J., Chen, S., Lee, C., and Gad-el-Hak, M., "Transition in Hypersonic Boundary Layers: Role of Dilatational Waves," *AIAA Journal*, Vol. 54, pp. 3039–3049, 2016.
- [61] Yang N., Zhang G., and Li, B., "Violation of Fourier's Law and Anomalous Heat Diffusion in Silicon Nanowires," *Nanotoday*, Vol. 5, No. 2, pp. 85–90, 2010.
- [62] Myong, R. S., Karchani, A., and Ejtehadi, O., "A Review and Perspective on a Convergence Analysis of the Direct Simulation Monte Carlo and Solution Verification," *Physics of Fluids*, Vol. 31, 066101, 2019.
- [63] Myong, R. S., and Kumar, R., "Rarefied & Microscale Gases and Viscoelastic Fluids: a Unified Framework," GIAN (Global Initiative Academic Networks) Lectures, IIT Kanpur, India, 2017, <https://www.youtube.com/watch?v=uxO6p5rwnVU&list=PL48UwQJyfW3SH87fOJPIHetkHhvT0cOBa>
- [64] 32nd International Symposium on Rarefied Gas Dynamics, 5–9 July, Seoul, South Korea, 2021, <http://www.rgd32.org/>

한재홍 편집위원 jaehunghan@kaist.edu

김태규 편집위원 taegyu@chosun.ac.kr