

## 論文

## 적합직교분해를 이용한 로터 블레이드의 차수축소모델 구축 및 공력특성 분석

정성기\*, 느고콩덕\*\*, 양영록\*, 조태환\*\*\*, 명노신\*\*\*

### Efficient Analysis of the Aerodynamic Characteristics of Rotor Blade Using a Reduced Order Model Based on Proper Orthogonal Decomposition Method

Sung-Ki Jung\*, NgoCong Duc\*\*, Young-Rok Yang\*, Tae-Hwan Cho\*\*\* and Rho-Shin Myong\*\*\*

#### ABSTRACT

The proper orthogonal decomposition (POD) method can identify principal modes that optimally capture the energy content from large multi-dimensional data set. In this study unsteady pressure fields on the rotor blade surface of a helicopter in forward flight are expressed by a reduced order model based on the POD method. Special modes containing high energy are analyzed to investigate the aerodynamic characteristics in more efficient way. The CFD simulation of flowfields around helicopter rotor blade in hovering motion is also conducted to validate its prediction with experimental result. In the process 7 modes containing energy ratio 99% from 240 snapshots information are identified and utilized to construct a reduced order model.

#### 초 록

본 연구에서는 전진 비행하는 헬리콥터 로터 블레이드 표면의 압력장에 대한 공력 특성 분석 및 차수축소모델 구축을 위해 적합직교분해 (POD) 방법을 이용하였다. 에너지가 큰 특정 모드를 기반으로 전진 비행하는 비정상 로터 블레이드에 대한 공기역학적 특성을 분석하였으며, CFD 계산 결과의 검증을 위해 제자리비행에 대한 실험 결과와 비교하였다. 수렴속도를 향상시키기 위해 Multi-grid 기법을 사용하였으며, 회전하는 로터 블레이드 주위의 비정상 유동을 모사하기 위해 슬라이딩 격자를 이용하였다. 그 결과 240개의 Snapshot에 대해 에너지를 99% 이상을 포함하는 지배적인 POD 모드 7개가 선정되었으며, POD 모드와 전개 계수를 이용하여 차수축소모델을 성공적으로 구축하였다.

**Key Words** : Proper Orthogonal Decomposition(적합직교분해; POD), hovering flight(제자리비행), forward flight(전진비행)

#### 1. 서 론

헬리콥터는 양력 및 추력을 발생하는 로터블레이드에 의해 기동하며 제자리 비행을 비롯한 일반적인 항공기가 수행하기 난해한 다양한 기동을 할 수 있는 장점이 있다. 그와 반면 블레이드

† 2009년 6월 2일 접수 ~ 2009년 10월 26일 심사완료

\* 정희원, 경상대학교 기계항공공학부 대학원

\*\* 정희원, University of South Queensland

\*\*\* 정희원, 경상대학교 기계항공공학부 및 항공기부품기술연구소  
교신저자, E-mail : thcho@gnu.ac.kr  
경상남도 진주시 가좌동 900번지

의 최대 전진속도비로 인해 특정 마하수 이상의 조건에서 전진 비행이 불가능하며 전진 비행시 로터 블레이드 양 측면의 양력 불균형 및 복잡한 기계적 구조를 가지고 있다. 특히 로터 블레이드는 전진 비행시 블레이드의 회전 각속도와 전진 비행속도로 인해 복잡한 유동장을 형성하며, 공력 측면에서 적절한 근사해를 유도하기 위해 최신의 전산유체 해석기법 및 대용량, 고속 컴퓨터가 요구된다[1,2]. 현대의 컴퓨터 및 이론적 발전은 로터 블레이드 주위의 유동장 모사를 가능하게 하였으나, 여전히 계산 시간 및 대용량을 필요로 한다. 이러한 대용량 계산을 통한 데이터는 상당한 물리적 공간 및 데이터 각각의 특성을 파악하기 위한 많은 노력이 요구된다. 본 연구에서는 많은 데이터를 효율적으로 관리하고 그 특성을 파악하기 위해 적합적분해 (Proper Orthogonal Decomposition; 이하, POD)를 사용하였다. POD는 다차원 시스템의 두드러진 특성을 포착하기에 효율적이며, 관련 특정 모드를 통해 그 시스템의 차수를 줄일 수 있다. 이러한 POD는 다양한 분야에서 이용되는 통계적 기반의 도구로서 Lumley[3]가 유동장 분석, 특히 난류 연구에 사용한 이래 비정상 유동의 특성 분석에 사용되고 있다. Feng[4]등은 천음속 영역에서 움직이는 유동 경계를 가지는 3차원 비선형 공탄성 시스템에 차수축소모델로서 POD를 적용하였고, Epareanu [5]등은 POD를 터보기계의 포텐셜 유동에 차수축소모델을 적용하였으며 Michael [6] 등은 POD의 Meta-Modeling 기법을 이용하여 미사일의 매개변수 연구에 대한 공기역학적 특성을 조사하였다. 또한 LeGresly[7] 등은 최적화 수행을 위한 근사모델로 POD를 이용하였다. 한편 국내에서는 Kim과 Sung[8]등에 의해 난류 유동에 대한 응집 구조를 POD 모드를 이용해서 연구한 사례가 있다. 본 연구에서는 비정상 유동의 특성 분석시 기존의 오랜 시간 및 과도한 유동 계산이 요구되는 연속적 POD 대신, Sirovich [9]에 의해 제안된 POD의 Snapshot 방법을 이용하였다. 이는 특정 시간 간격(Time-discrete)으로 유동변수를 추출하여 POD를 구성하는 방식으로, 본 연구에 적용된 헬리콥터 로터 블레이드 표면의 압력장을 특정 시간 간격으로 샘플링 한 후 샘플링 된 데이터의 특성을 차수가 축소된 특정 모드를 통해 구성하였다.

## II. POD 구성

POD는 다양한 분야에서 적용되는 기법으로 다차원 데이터의 최적 선형 기저를 제공한다. 이

는 많은 데이터를 특별한 모드를 통해 차원을 축소할 수 있으며 이러한 모드가 전체 데이터의 특성을 나타내므로 효율적이다. POD는 다수의 논문에서 인용되어 많은 공학적 문제에 활용되고 있으며 본 논문에서는 POD의 개념과 공학적 문제에 많이 적용되고 있는 Sirovich에 의해 제안된 POD의 Snapshot 기법을 사용하였다. POD 적용을 위한 관찰 대상으로 헬리콥터 로터 블레이드 표면의 압력장을 설정하였으며 압력장은 Hilbert공간에서 유한한 벡터공간이다. 두 벡터의 내적은 다음과 같이 표현된다.

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \int_H \vec{a}(\vec{x}) \cdot \vec{b}(\vec{x}) d\vec{x} \quad (1)$$

평균적인 의미에서 위의 압력장과 가장 유사한 결정함수, 즉 응집구조는 다음과 같이 표현된다.

$$\max_{\phi} \frac{\langle |(\vec{u}, \phi)|^2 \rangle}{(\phi, \phi)} \quad (2)$$

여기서,  $\langle \cdot \rangle$ ,  $>$ 는 평균을 의미한다. 본 연구에서는 헬리콥터 로터 블레이드의 회전 각속도로 인한 등간격 회전각의 시간평균을 취하였다.

$$\vec{u}^{(n)}(\vec{x}) = \vec{u}(\vec{x}, t_n) \quad (3)$$

식(2)를 만족하는 POD 모드  $\vec{\phi}$ 를 얻기 위해 변분법을 이용하면 식(2)는 Fredholm 적분 방정식의 형태로 고유치 문제가 된다.

$$\int_H \vec{R}(\vec{x}, \vec{x}') \cdot \vec{\phi}_m(\vec{x}') d\vec{x}' = \lambda_m \vec{\phi}_m(\vec{x}) \quad (4)$$

$$\vec{R}(\vec{x}, \vec{x}') = \langle \vec{u}(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}', t) \rangle$$

$$= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^N \frac{1}{N} \vec{u}^{(n)}(\vec{x}) \vec{u}^{(n)}(\vec{x}')$$

여기서, N은 모드번호를 나타내며 식(4)에서 커널  $\vec{R}$ 이 대칭, Non-negative definite이므로 Hilbert-Schmidt 이론에 의해 무한개의 고유함수와 그에 해당하는 고유치를 가진다. 고유치는 양수이며 고유벡터로 구성된 고유함수는 정규직교성질을 갖는 완전한 기저가 되어 순간 압력장 샘플들은 고유함수의 선형 결합으로 나타낼 수 있다.

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) \vec{\phi}_m(\vec{x}) \quad (5)$$

$$a_m(t) = (\vec{u}(\vec{x}, t), \vec{\phi}_m(\vec{x}))$$

여기서 전개 계수  $a_m$ 은 각 샘플을 고유함수에 투사하여 얻을 수 있고, 비상관 성질을 갖고 있어 식 (5)을 만족하게 된다. POD를 구성하기 위해 식(4)를 이용할 경우 행렬식 고유치 문제가 되는데 압력장의 크기가 큰 경우 행렬 계산을 위해 많은 시간이 요구된다. Sirovich는 식(4)의 커널에서  $N$ 이 유한한 개수로 퇴화되고 고유함수들이  $\vec{u}^{(n)}$ 의 선형 결합으로 표현될 수 있는 것에 착안하여 Snapshot 방법을 제안하였다.

$$\vec{\phi}(\vec{x}) = \sum_{n=1}^N a_n \vec{u}^{(n)}(\vec{x}) \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N c_{n,i} \rho_i = \lambda a_n$$

$$c_{n,i} = \frac{1}{N} (\vec{u}^{(n)}(\vec{x}), \vec{u}^{(i)}(\vec{x}))$$

식(6)은 행렬식의 고유치 문제이나 행렬식의 크기는 공간상의 측정점 개수가 아닌 시간평균을 취하는 샘플의 개수이다.

$$\sum_{i=1}^M \lambda_i / \sum_{j=1}^N \lambda_j \geq e \quad (7)$$

여기서  $N$ 은 Snapshot의 개수이며  $M$ 은 지배적인 POD 모드의 개수,  $e$ 는 에너지를 나타낸다. 에너지는 전체 고유값의 합에 대한 각 고유값의 비율을 나타내며 에너지의 크기는 고유값의 크기와 직접적인 관련이 있다. 최종 계산된 POD 모드  $\vec{\phi}$  중 특정 모드가 내포하는 에너지 (본 연구에서는 헬리콥터 로터 블레이드의 압력장을 사용)는 낮을 수 있으므로 이용 가능한 에너지 수준을 고려하여 그 특성을 대표하는 POD 모드 선정이 요구된다. 대표적인 모드 선정을 위해 식 (7)에서 고유벡터에 일치하는 고유값 ( $\lambda$ )이 사용되었으며 전체 고유값의 합에 대한 특정 고유값의 합의 비율로 나타내었다.

### III. 수치해석

제자리 비행시 블레이드 표면의 압력장 변화는 매우 작으나 후류는 비정상 유동의 특성을 나타낸다. 이러한 특성을 물리적으로 적절하게 모사하기 위해 많은 격자수와 격자 밀집도가 요구되며 이것은 계산시간의 증가와 직접적인 관계에 있다. Allen[10-12]등은 이러한 헬리콥터 로터 블레이드에 대한 유동장 계산을 위해 정상, 비정상 계산을 수행하였으며 그 결과 두 경우 모두 동일

한 압력분포를 제시하였다. 본 연구에서는 수치 계산의 검증에 위해 제자리 비행시 정상상태로 가정하여 계산을 수행하였으며 전진 비행시 헬리콥터 로터 블레이드에 대한 POD 구성을 위해 비정상 계산을 수행하였다.

#### 3.1 CFD 해석기법

헬리콥터 로터 블레이드의 회전을 고려한 수치 계산에 적용된 지배방정식은 3차원 점성, 압축성 Navier-Stokes 방정식이다. Navier-Stokes 방정식에 대한 적분형은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \vec{W} d\Omega + \int_S (\vec{F}_c - \vec{F}_v) dS = \int_{\Omega} \vec{Q} d\Omega \quad (8)$$

여기서,  $\vec{W}$ 는 보존변수,  $\vec{F}_c$ 는 대류항,  $\vec{F}_v$ 는 점성항,  $\vec{Q}$ 는 소스항이다. 소스항은 블레이드의 회전 프레임에 원심력을 나타낸다. 난류 모델로서  $k-\epsilon$  모델을 사용하였으며 수치계산을 위해 유한 체적법을 기반으로 외재적 기법, 수렴속도 향상을 위한 Multi-grid, 대류항을 2차 정확도로 풍상차분법을 사용하였다. 또한 비정상 유동장 계산의 경우 회전 프레임과 고정 프레임의 접하는 부분은 슬라이딩 격자를 이용하였으며 전산유체 해석을 위해 상용 프로그램인 FLUENT [13]를 사용하였다.

#### 3.2 해석모델, 격자생성 및 경계조건

헬리콥터 로터 블레이드 주위의 유동장 계산 및 비정상 로터 블레이드 표면의 압력장 특성을 분석하기 위해 많은 연구에서 인용된 Caradona 및 Tung[14]에 의해 수행된 실험 모델을 계산 모델로 선정하였다. 실험 모델의 블레이드 형상은 단면으로 NACA0012 에어포일을 사용하였으며 가로세로비는 6, 피치각은 8도로 비틀림과 테이퍼가 없는 직사각형 블레이드이다. 그림 1은 CFD 계산을 위한 격자 구성을 나타낸다. 격자수 약 180만개의 정렬 격자를 사용하였으며 로터 블레이드의 비정상 운동을 모사하기 위해 블레이드가 회전하는 프레임과 제자리하는 프레임의 접하는 부분에 슬라이딩 격자를 이용하였다. 경계조건으로 로터 블레이드 표면에 No-slip 조건을 부여하였으며 원방경계에 Riemann 불변치, 후류가 방출되는 원방경계에 대기압 및 역유동 조건을 적용하였다. 또한 많은 계산이 요구되는 유동장 계산을 수행하기 위해 8개의 CPU를 이용한 병렬 계산을 수행하여 효율성을 향상시켰다.

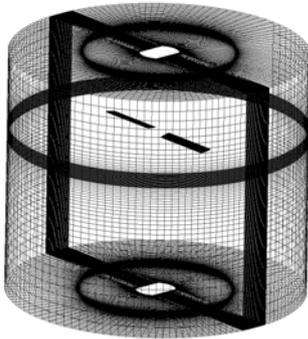


Fig. 1. Grid configuration

### 3.3 검증

로터 블레이드의 공력해석 검증을 위해 제자리비행에 대한 실험 자료를 바탕으로, CFD 계산

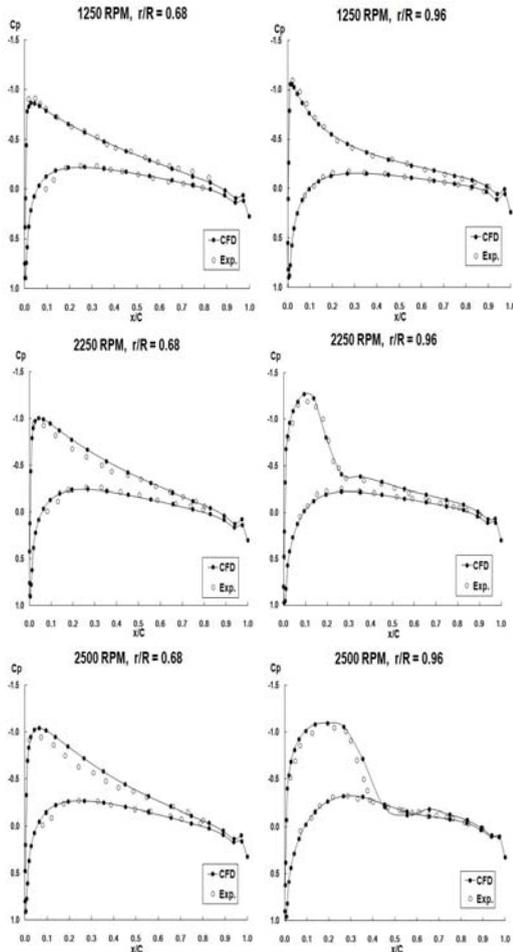


Fig. 2. Comparisons of pressure distribution of experimental and numerical results in hovering flight at pitch angle,  $8^\circ$

결과와 비교하였다. 1250, 2250과 2500 RPM에서 블레이드의 단면  $r/R=0.68$ 과  $0.96$ 에서 실험과 수치해석 결과에 대한 압력분포를 그림 2에 나타내었으며 정성적, 정량적으로 유사한 경향을 나타냄을 확인하였다. 특히 RPM이 증가할수록 블레이드 끝단의 회전속도 또한 증가하는데 이는 충격파를 발생시키는 결정적인 요인으로 판단된다. 이러한 충격파는 전진하는 헬리콥터의 제한요인으로 전진 비행시 충격파를 제어하기 위한 적절한 RPM이 요구된다. 본 연구에서는 충격파 제어를 위해  $187\text{rad/s}$ 에서 전진 비행하는 로터 블레이드에 대한 공력해석을 수행하였으며 특정 시간 간격( $0.00014\text{ sec}$ )으로 블레이드 표면의 압력 정보를 이용하여 POD를 구성하였다.

## IV. 적용 및 결과

### 4.1 공력 특성 분석

전진 비행하는 헬리콥터의 경우 블레이드 양측면의 양력 불균형을 해소하기 위해 플라핑, 패더링 및 리드래그 모션이 적용되나 본 연구에서는 이러한 로터 블레이드 모션에 대한 사전 연구로서 무양력 전진비행에 대한 로터 블레이드의 공력 특성을 조사하였다. 로터 블레이드 주위 유동장 계산을 위해 전진비  $0.3$ , 블레이드의 피치각  $0^\circ$ 를 부여하였으며 POD의 샘플을 추출하기 전 공력계산을 위해 로터블레이드를 6회전 하였다. Snapshot 방법을 이용한 POD 구성을 위해  $187\text{rad/s}$ ,  $0.00014\text{s}$  시간 간격(회전각, 약  $1.5^\circ$ )으로 블레이드 표면의 압력장 240개의 샘플을 추출하였다. 블레이드 표면의 격자수는  $64 \times 50$ 로 하나의 샘플에서 3200개의 압력을 획득할 수 있으며 이로 인해 전체 POD는  $3200 \times 240$ 의 크기를 가진다. 추출된 샘플을 이용하여 POD 모드를 계산한 결과 에너지율 99% 이상의 조건에서 7개의 모드가 지배적인 영향을 나타냈으며 그림 3는 각 모드의 에너지율을 나타낸다.

그림 4는 지배적인 7개의 POD 모드 중 대부분의 에너지를 포함하고 있는 모드 1-2에 대한 블레이드 표면의 응집구조를 나타낸다. 특히 모드 1은 비행 조건인 블레이드의 회전 각속도와 전진비에 대한 주요한 상대적 영향성을 공력 특성 측면에서 제시한 것으로 관찰되며, 블레이드 끝단으로 진행하면서 윗면과 아랫면 동일하게 압력이 감소하는 경향을 나타내며 앞전의 경우 압력이 증가하는 경향을 나타낸다. 모드 2는 모드 1에서 제시한 블레이드의 전진 방향 회전 각속도

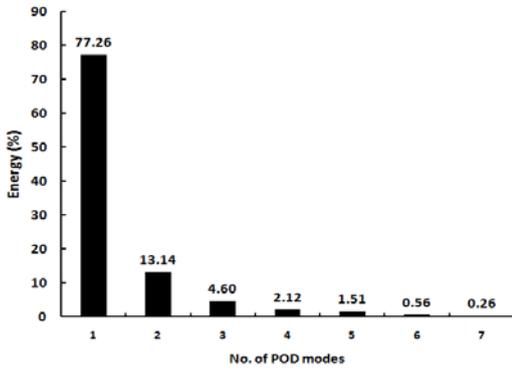


Fig. 3. Captured energy ratio vs the number of POD modes

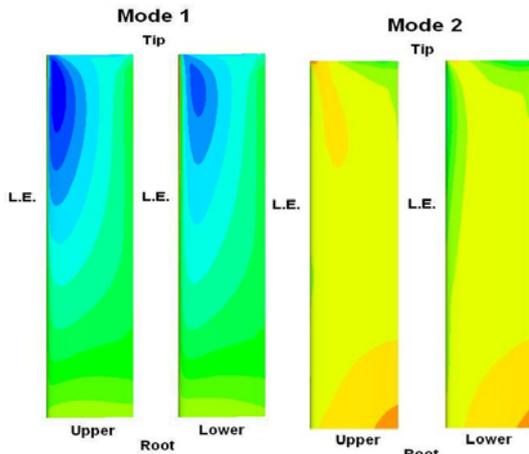


Fig. 4. POD base modes from mode 1 and 2

와 전진 비행속도의 상관관계에 반해 블레이드의 후진 방향 회전 각속도와 전진 비행속도의 상관 관계를 나타내는 것으로 관찰된다. 이는 블레이드의 Root 부분에서 압력이 상대적으로 높게 나타나고 있으며 로터블레이드의 공기역학적 특성상 블레이드의 후진방향 회전시 역유동이 발생하는 것으로 판단된다. POD 모드 1과 2의 특성 분석을 통해 로터 블레이드 표면에 대한 압력장의 응집구조를 조사하였다.

#### 4.2 차수축소모델

POD를 이용한 차수축소모델(Reduced Order Model)은 지배적인 POD 모드와 시간 차원을 가지는 전개 계수를 이용하여 구성되며 반응면, 신경망 및 크리징 등과 같은 근사모델(Meta-Modeling)로 활용할 수 있다. 이때 근사모델은 POD 모드와 전개 계수의 선형 결합에 의해 구성되며 Snapshot을 이용한 이산

화된 전개 계수를 연속적으로 나타내기 위해 다양한 보간법을 이용할 수 있다[6, 7]. 그림 5는 지배적인 POD 모드 7개 중 에너지가 큰 6개의 모드에 대한 시간 차원의 전개 계수 변화이며 x축은 Snapshot의 개수, 즉 시간 변화, y축은 POD 전개 계수이다.

그림 6에서 POD 모드와 전개 계수의 선형결합을 이용하여 헬리콥터 로터 블레이드의 시간 간격에 따른 순간 압력장을 재구성하였으며 초기 압력장과 비교하였다. 그 결과 차수가 축소된 특정 모드를 이용한 재구성된 압력분포와 초기의 압력분포가 매우 일치함을 확인할 수 있었다.

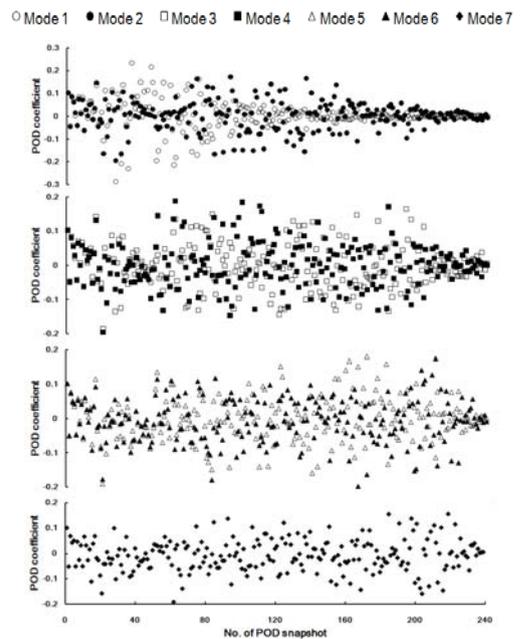
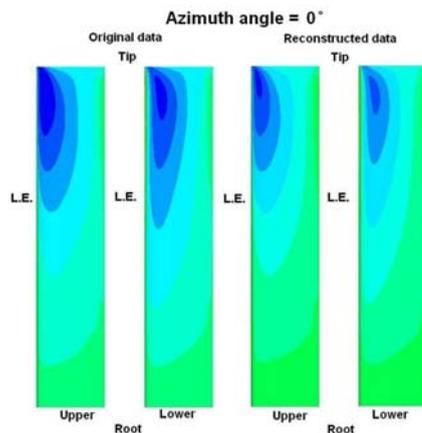


Fig. 5. Captured energy ratio vs the number of POD modes



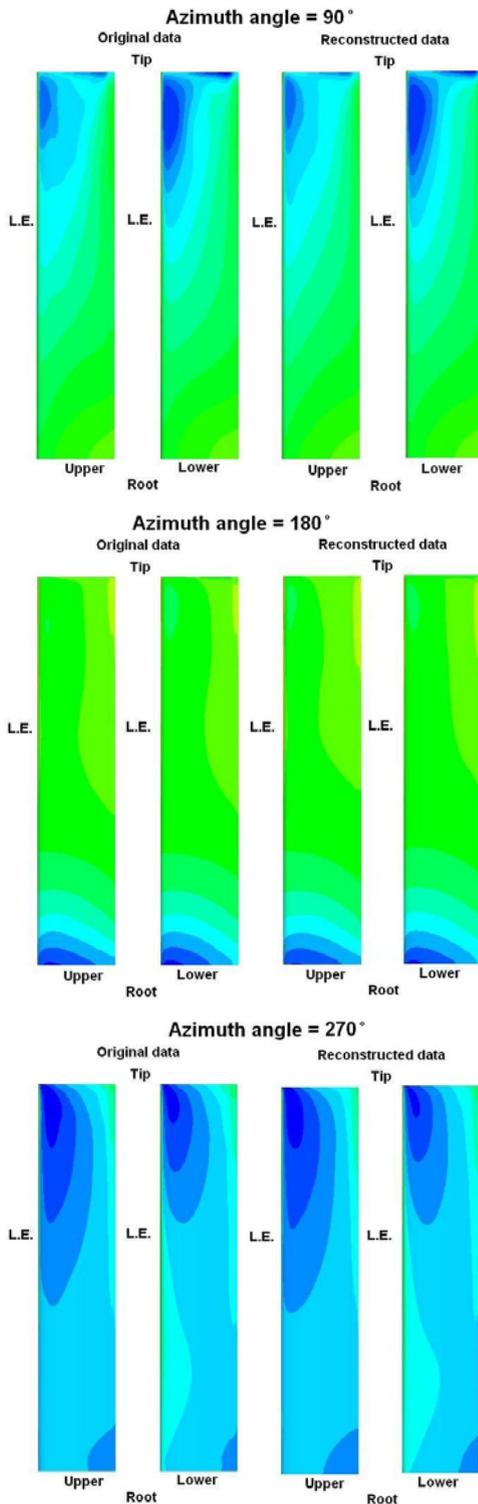


Fig. 6. Comparisons of original and reconstructed data (left: original, right: reconstructed)

## V. 결 론

전진비행하는 헬리콥터 로터 블레이드 표면의 압력 분포 특성을 조사하기 위해 비정상 유동계산을 수행하였다. 유동 계산의 검증을 위해 실험 값이 존재하는 Caradona 및 Tung 모델의 제자리비행에 대한 결과를 사용하였으며 동일한 모델에 전진비 0.3을 적용하여 전진비행을 모사하였다. 비정상 유동 해석을 효율적으로 수행하게 하는 차수축소모델을 개발하기 위해 Sirovich에 의해 제안된 POD 기법에 기초한 Snapshot 방법을 사용하였다. Snapshot에 대한 샘플은 187rad/s에서 0.00014/s 시간 간격으로 240개를 추출하였다. POD 계산 결과 에너지의 99%이상의 조건에서 지배적인 7개의 모드를 추출하였으며 각 모드의 영향성을 조사하였다. 모드 1은 가장 큰 에너지를 포함하고 있으며 공력 특성 측면에서 블레이드 끝단으로 진행하면서 윗면과 아랫면 동일하게 압력이 감소하는 경향을 나타내며 앞전의 경우 압력이 증가하는 경향을 나타내었다. 모드 2는 블레이드의 후진 방향 회전 각속도와 전진 비행속도의 상관관계에 의한 역유동이 발생함을 나타낸다. POD 모드와 계수를 이용하여 순간 압력장을 재구성하였으며 초기 압력장과 비교를 통해 POD 모드의 타당성을 확인하였다. 또한 POD Snapshot 방법을 통해 공간과 시간 차원의 데이터를 공간과 특정모드의 차원으로 차수축소모델을 구축하였으며 특정 모드를 통해 전체 데이터의 특성을 파악할 수 있었다. 차후 전진 비행시 피치각과 플레핑각을 고려한 블레이드 표면의 압력장에 대한 POD를 적용, 블레이드의 특성 파악을 위한 연구를 수행할 예정이다.

## 후 기

본 연구는 학술진흥재단 중점연구소 사업(과제번호: KRF-2008-005-J01002)과 지식경제부 한국형 헬기 민군겸용 구성품 개발사업(KARI주관)의 지원에 의해 수행되었으며, 이에 감사드립니다. 또한 본 연구의 일부는 제 1저자가 한국과학재단 일본연수특별프로그램 지원으로 일본 JAXA (Japan Aerospace Exploration Agency)의 체류기간 중 이루어졌으며, 연구진행에 많은 도움을 준 A. Oyama 박사께 감사드립니다.

## 참고문헌

- 1) 김지웅, 박수형, 유영훈, 김유진, 권장혁, "중첩격자를 이용한 제자리비행 로터 해석 코드

의 수치특성", 한국항공우주학회지, 제36권 제8호, 2008, pp. 719-727.

2) 장중윤, 이승수, 김범수, 송근웅, "중첩격자를 이용한 헬리콥터 로터-동체 벽면효과 해석", 한국항공우주학회 2008년도 춘계학술발표회 논문집, 2008, pp. 459-464.

3) Holmes, P., Lumley, J.L. and Berkooz, G., Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry, Cambridge University Press, 1996.

4) Feng, Z. and Soulaïmani, A., "Reduced Order Modelling Based on POD Method for 3D Nonlinear Aeroelasticity", Proceedings of the 18th IASTED International Conference, 2007, pp. 489-494.

5) Epureanu, B.I., Hall, K.C. and Dowell, E.H., "Reduced-Order Models of Unsteady Viscous Flows in Turbomachinery Using Viscous-Inviscid Coupling", Journal of Fluids and Structures, Vol. 15, 2001, pp. 255-273.

6) Mifsud, M., Shaw, S. and Bennett, J., "A Meta-Modeling Technique Using POD in Parametric Studies of Weapon Aerodynamics", AIAA 2006-6005.

7) LeGresley, P.A. and Alonso, J.J., "Airfoil Design Optimization Using Reduced Order Models Based on Proper Orthogonal

Decomposition", AIAA 2000-2545.

8) 김유익, 성현진, "국소 교란이 가해지는 박리기포의 대형구조", 대한기계학회논문집, 제19권 제4호, 1995, pp. 1134-1147.

9) Sirovich, L., "Turbulence and Dynamics of Coherent Structures, Part 1 : Coherent Structures", Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 45, No. 3, 1987, pp. 561-571.

10) Allen, C.B., "Convergence of Steady and Unsteady Formulations for Inviscid Hovering Rotor Solutions", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 41, 2003, pp. 931-949.

11) Allen, C.B., "Parallel Simulation of Unsteady Hovering Rotor Wakes", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 68, 2003, pp. 632-649.

12) Allen, C.B., "Multigrid Convergence of Inviscid Fixed- and Rotary-Wing Flows", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 39, 2002, pp. 121-140.

13) FLUENT 6.2 User Guide, 2001.

14) Caradonna, F.X. and Tung, C., "Experimental and Analytical Studies of Model Helicopter Rotor in Hover", NASA Technical Memorandum-81232, 1981.